

Sveučilište u Zagrebu

Prirodoslovno-matematički fakultet - Matematički odsjek

Poslijediplomski specijalistički studij aktuarske matematike

Martina Samac

VAR I ES U VREDNOVANJU VALUTNOG RIZIKA

Završni rad

Zagreb, 2017.

*Veliko Hvala profesoru Huzaku na strpljenju i pomoći.*

*Mojoj majci, mom Kruni*

*i mojim bubicama...*

## SADRŽAJ

1. Uvod.....	1
2. Definicija rizika.....	2
3. Rizici u osiguranju.....	4
4. Rizici u bankarstvu.....	7
5. Izračun devizne pozicije kreditne institucije.....	9
6. Mjere rizika.....	12
6.1. Koherentne mjere rizika.....	14
6.2. Value at Risk metoda.....	17
6.2.1. Prednosti i nedostaci Value at risk metodologije.....	19
6.2.2. Metode izračuna Value at risk-a.....	20
6.2.2.1. Povijesna simulacija.....	21
6.2.2.2. Metoda varijance/kovarijance.....	24
6.2.2.3. Monte Carlo metoda.....	29
6.3. Metoda očekivanog gubitka.....	32
7. Primjena mjera rizika u vrednovanju valutnog rizika bankarskog sektora u Republici Hrvatskoj.....	36
7.1. Definicija podataka.....	36
7.2. Primjena Value at Risk metode u vrednovanju valutnog rizika.....	38
7.3. Primjena Metode očekivanog gubitka u vrednovanju valutnog rizika.....	46
7.4. Usporedba rezultata dobivenih primjenom metoda.....	51
7.4.1. Bootstrap metoda.....	51
7.4.2. Metoda unakrsne validacije.....	53
8. Zaključak.....	60
9. Literatura.....	62
10. Sažetak.....	64
11. Summary.....	66
12. Biografija.....	68

## 1. UVOD

Od davnina je poznata uzrečica "Tko ne riskira, ne profitira!" i ljudi su oduvijek bili svjesni da se ponekad moraju izložiti određenom riziku kako bi nešto ostvarili. U današnje vrijeme to je osobito izraženo u poslovnom, financijskom svijetu gdje banke svakodnevno preuzimaju različite rizike kako bi ostvarile dobre rezultate.

Nedavna financijska kriza koja je poharala svjetsko gospodarstvo, kao i događaji koji su do nje doveli, ukazuju na još veću važnost usmjeravanja pozornosti na rizike financijskog sustava i na veliku potrebu svakodnevnog mjerenja i kvalitetnog upravljanja tim rizicima. Kvalitetno upravljanje rizicima omogućuje menadžerima lakše i kvalitetnije donošenje odluka o investiranju. Kako bi ono bilo što profitabilnije potrebno je pronaći najbolje omjere između prinosa i rizika. A upravljanje rizicima omogućava jasniji pogled u budućnost pa se na taj način smanjuje mogućnost nepovoljnih događaja i gubitaka u financijskom sustavu.

Stoga banke pokušavaju pronaći najbolje i najisplativije matematičke i statističke metode kojima mogu kvalitetno izračunati rizike kojima su izložene kako bi što bolje upravljale svojim prinosima i ostvarile maksimalnu dobit.

Ovaj rad koncentrira se na jednu skupinu rizika kojoj su banke svakodnevno izložene, a to je valutni rizik. Radom su obuhvaćene dvije statističke metode izračuna rizika - *Value at Risk*<sup>1</sup> metoda i metoda očekivanog gubitka te će se kroz primjer bankarskog sustava Republike Hrvatske pokazati koja od navedenih metoda je bolja u primjeni za izračun valutnog rizika banaka Republike Hrvatske.

---

<sup>1</sup> *Value-at-risk* se u hrvatskoj literaturi može pronaći pod nazivom "rizičnost vrijednosti", "rizična vrijednost" ili "vrijednost pod rizikom", ali u hrvatskom jeziku ne postoji jednoznačan službeni prijevod naziva ove metode. Stoga se i u praksi najčešće upotrebljava naziv *Value-at-risk* ili skraćeno *VaR*.

## 2. DEFINICIJA RIZIKA

Rizik se može definirati kao izloženost nesigurnosti te mogućnost ostvarivanja gubitka zbog negativnog odstupanja od očekivanog ishoda. Preduvjet za postojanje rizika su neizvjesnost i izloženost. Neizvjesnost proizlazi iz nemogućnosti predviđanja budućnosti i obično je povezana s varijabilnošću mogućih vrijednosti. Izloženost u kontekstu osiguranja i bankarstva proizlazi iz svake transakcije ili poslovne odluke koja sadrži neizvjesnost rezultata poslovanja.

Institucija preuzimanje rizika prepoznaje kao potencijalni instrument za generiranje prihoda, pri čemu sveukupni rizici ne smiju ugroziti njenu egzistenciju. Premija za preuzete rizike mora biti adekvatna i dovoljna za postizanje minimalnog povrata na rizikom prilagođeni kapital. Ciljani profil rizičnosti svake pojedine institucije temelji se na načelima opreznosti i razboritosti, te se rizik preuzima onda kada postoje odgovarajuće metode za procjenu rizika te kada procijenjeni povrat od ulaganja nadmaši gubitke od preuzetog rizika uvećane za cijenu kapitala potrebnog za pokriće neočekivanih gubitaka. Preuzimanjem rizika nužno je uspostaviti i adekvatan sustav daljnjeg upravljanja rizicima koji uključuje kvantitativne i kvalitativne pristupe za upravljanje i kontrolu rizika.

Financijske institucije su u svom svakodnevnom poslovanju izložene mnogim rizicima, a najznačajnije vrste rizika su:

- kreditni rizik,
- tržišni rizik,
- operativni rizik,
- rizik likvidnosti,
- rizik solventnosti,
- koncentracijski rizik,
- pravni rizik,
- reputacijski rizik i
- rizik države.

Tržišni rizici nastaju djelovanjem vanjskih utjecaja na vrijednost aktive, pasive i izvanbilančne pozicije institucije, a uzrokuju ih promjene cijena, odnosno negativna kretanja na financijskim tržištima. Analogno tome, valutni rizik definira se kao rizik gubitka koji proizlazi iz promjene tečaja valute i/ili promjene cijene zlata. Valutnom riziku institucija je izložena kada ima pozicije denominirane u stranim valutama, jer takve pozicije mogu dovesti do ostvarenja gubitaka zbog promjene vrijednosti jedne valute u odnosu na drugu.

Mnoge financijske institucije koriste se različitim metodama za upravljanje i kontrolu rizika. Ovaj rad ograničit će se na primjenu statističkih metoda u upravljanju valutnim rizikom.

### 3. RIZICI U OSIGURANJU

U cilju zaštite osiguranika kao i stabilnosti financijskog sustava Europska komisija objavila je Direktivu 2009/138/EC<sup>2</sup> koja donosi temeljne izmjene europskog zakonodavstva o osiguranju kako bi osigurala adekvatnu pokrivenost svih rizika kojima su društva za osiguranje izložena.

Društva za osiguranje u Republici Hrvatskoj dužna su poštivati odredbe Direktive 2009/138/EC kao i Zakona o osiguranju (Narodne novine broj 151/05, 87/08, 82/09, 54/13 i 30/15). Zakonom o osiguranju propisano je da je društvo za osiguranje dužno održavati razinu kapitala adekvatnu opsegu i vrstama poslova osiguranja koje obavlja te s obzirom na rizike kojima je izloženo (adekvatnost kapitala). Društvo za osiguranje dužno je poslovati na način da rizici kojima je izloženo u pojedinačnim, odnosno svim vrstama poslova osiguranja koje obavlja ne prijeđu vrijednosti ili granice propisane Zakonom i pripadajućim podzakonskim aktima (vidi [18]).

Vrste rizika koje društvo za osiguranje treba uzeti u obzir su:

- rizik osiguranja (engleski *underwriting risk*),
- tržišni rizik,
- kreditni rizik (uključujući i rizik države),
- operativni rizik,
- rizik likvidnosti,
- koncentracijski rizik,
- strateški rizik ili rizik poslovnog okruženja i
- rizik ugleda.

Postavljanjem prioriteta prema važnosti rizika i klasifikacije rizika prema kategorijama rizika i referentnim vrijednostima, društvo za osiguranje donosi odluku o metodi koja bi se

---

<sup>2</sup> Poznata i pod nazivom direktiva Solvency II



primijenila za procjenu rizika. Metode i procedure koje se koriste za analizu i ocjenu rizika posebno se definiraju u odnosu na svaku pojedinu vrstu rizika. Analiza i procjena rizika mogu se provoditi na temelju kvalitativnih i kvantitativnih metoda kao što su, primjerice, upitnici, stres-testovi i analize scenarija (vidi [16]).

Primjenom direktive Solvency II uspostavlja se sustav solventnosti koji obuhvaća rizike pojedinog društva za osiguranje bolje i preciznije od dosadašnje regulative. Novi zakonodavni okvir temelji se na tri stupa:

- Stup I – kvantitativni (kapitalni) zahtjevi za mjerenje adekvatnosti kapitala,
- Stup II – supervizorski pristup koji obuhvaća i ocjenu sustava upravljanja rizicima i
- Stup III – transparentnost informacija i izvještavanja.

Direktiva Solvency II pri tome propisuje dvije razine kapitala:

- *Minimum Capital Requirement* (MCR) – razina ispod koje društvo za osiguranje više ne može poslovati i
- *Solvency Capital Requirement* (SRC) – razina kapitala ispod koje društvo za osiguranje u dogovoru s regulatorom treba osigurati sredstva za oporavak.

SRC se može izračunavati primjenom propisane standardizirane metode ili internog modela. Kod primjene standardizirane metode društvo za osiguranje treba održavati razinu raspoloživog kapitala tako da je vjerojatnost za tehničku nesolventnost u narednih godinu dana manja od 1 u 200. Stoga je SRC definiran kao:

- mjera rizika *Value-at-Risk*,
- vremenski horizont od godinu dana i
- razina pouzdanosti od 99,5%.

Primjenom internog modela cilj je razviti stohastički model koji strukturom najbolje obuhvaća specifičnosti poslovanja pojedinog društva za osiguranje. Pri tome, za izračun SRC-a, društvo za osiguranje može upotrebljavati različite mjere rizika, uključujući *Value-at-Risk*

metodu i metodu očekivanog gubitka<sup>3</sup>, različite razine pouzdanosti i vremenske okvire te uzeti u obzir dodatne rizike koji nisu obuhvaćeni regulatornom metodom.

Kao i za sve ostale rizike, navedene metode upotrebljavaju se i za izračun izloženosti valutnom riziku. Iako će se u ovom radu mjere rizika primijeniti na izračun izloženosti valutnog rizika bankarskog sustava, u potpunosti su primjenjive na izračun izloženosti valutnom riziku društava za osiguranje.

---

<sup>3</sup> U osiguranju se još naziva i *Tail Value at Risk* (TvaR) ili *Conditional Value at Risk* (CvaR).

#### **4. RIZICI U BANKARSTVU**

U svom poslovanju kreditne institucije svakodnevno su izložene mnogobrojnim rizicima koji utječu na ishod njihovog poslovanja. Obzirom da rezultati poslovanja kreditnih institucija direktno utječu i na njihove klijente (depozitare i dužnike), u svrhu njihove zaštite Hrvatska narodna banka kao nadležni regulator propisala je Zakon o kreditnim institucijama (Narodne novine broj 117/08, 74/09, 153/09, 108/12, 54/13, 159/13, 19/15 i 102/15) i odgovarajuće podzakonske propise kojima regulira izloženosti rizicima. Dodatno, od početka 2014. godine, posljedično zbog ulaska Republike Hrvatske u Europsku uniju, kreditne institucije podliježu i primjeni Uredbe (EU) 575/2013 i Direktive 2013/36/EU koje detaljno propisuju upravljanje i mjerenje svih rizika kojima su kreditne institucije izložene.

Odlukom o upravljanju rizicima (Narodne novine broj 1/15) propisani su minimalni zahtjevi i pravila u upravljanju tržišnim rizicima (uključujući i valutni rizik). Sukladno Odluci o upravljanju rizicima sustav upravljanja rizicima predstavlja sveobuhvatnost organizacijske strukture, pravila, procesa, postupaka, sustava i resursa za utvrđivanje, mjerenje odnosno procjenjivanje, ovladavanje, praćenje i izvještavanje o izloženosti rizicima odnosno upravljanju rizikom u cjelini te podrazumijeva uspostavu odgovarajućeg korporativnog upravljanja i kulture rizika (vidi [22]).

Sklonost preuzimanju rizika jest iznos odnosno razina rizika kojeg kreditna institucija smatra prihvatljivim preuzeti u ostvarenju svoje poslovne strategije i ciljeva u postojećem poslovnom okruženju. Sklonost preuzimanju rizika obuhvaća određivanje namjere za preuzimanje rizika kao i određivanje tolerancije prema riziku u smislu određivanja razine rizika koji kreditna institucija smatra prihvatljivim.

Sukladno Zakonu o kreditnim institucijama, kreditna institucija dužna je osigurati da u svakom trenutku ima iznos kapitala adekvatan vrstama, opsegu i složenosti poslova koje

obavlja i rizicima kojima je izložena ili bi mogla biti izložena u pružanju tih usluga (vidi [21]).

U smislu Odluke o upravljanju rizicima tržišni rizik definira se kao pozicijski, valutni i robni rizik. Valutni rizik jest rizik gubitka koji proizlazi iz promjene tečaja valute i/ili promjene cijene zlata (vidi [22]).

Kreditne institucije u Republici Hrvatskoj dužne su na dnevnoj osnovi izvještavati Hrvatsku narodnu banku o visini izloženosti valutnom riziku. U tu svrhu Odlukom o izvješćivanju o izloženosti kreditnih institucija valutnom riziku (Narodne novine broj 66/14) propisan je način izračuna dnevne otvorene devizne pozicije. Obzirom da se propisanom metodom izračuna treba obuhvatiti rizik svih kreditnih institucija jednako, neovisno o veličini i složenosti poslova koje obavljaju, primjenjuju se određene konzervativne pretpostavke koje ne obuhvaćaju specifičnosti poslovanja.

Zbog toga mnoge kreditne institucije za svoje interne potrebe mjerenja i upravljanja valutnim rizikom upotrebljavaju različite mjere rizika (statističke metode ili interne modele) kako bi što adekvatnije obuhvatile specifičnosti vlastitog poslovanja i što preciznije izračunale vlastitu stvarnu izloženost valutnom riziku.

## 5. IZRAČUN DEVIZNE POZICIJE KREDITNE INSTITUCIJE

Sukladno Odluci o izvješćivanju o izloženosti kreditnih institucija valutnom riziku valutni rizik definiran je kao rizik kojem je kreditna institucija izložena kada ima otvorenu deviznu poziciju u svakoj stranoj valuti i zlatu koja može dovesti do ostvarenja gubitaka zbog promjene međuvalutnih odnosa, promjene vrijednosti kune prema drugoj stranoj valuti i promjene vrijednosti zlata (vidi [23]).

Također, Odlukom o izvješćivanju o izloženosti kreditnih institucija valutnom riziku propisan je način izračuna ukupne otvorene devizne pozicije kreditnih institucija kao i najveća dopuštena izloženost kreditnih institucija valutnom riziku. Kreditna institucija dužna je u otvorenu deviznu poziciju u pojedinoj stranoj valuti (i u otvorenu poziciju u zlatu) uključiti sljedeće elemente:

1. neto promptnu<sup>4</sup> poziciju u valuti (razlika između imovine i obveza u toj valuti, uključujući i nedospjele kamate i promptnu poziciju valutnih ugovora o razmjeni i promptne transakcije koje su ugovorene, ali nisu bilančno uknjižene) odnosno neto promptnu poziciju u zlatu,
2. neto terminsku<sup>5</sup> poziciju (razlika između svih iznosa koji će biti primljeni i svih iznosa koji će biti plaćeni na temelju valutnih terminskih instrumenata<sup>6</sup> ili terminskih ugovora na zlato, uključujući i valutne ročnice<sup>7</sup> ili ročnice na zlato te nominalni iznos valutnih ugovora o razmjeni koji nije uključen u promptnu poziciju),
3. neopozive garancije/jamstva, nepokrivene akreditive i slične instrumente na temelju kojih će kreditna institucija zasigurno morati izvršiti plaćanje, a postoji vjerojatnost da ta sredstva kreditna institucija neće moći namiriti,
4. buduće neto prihode/rashode koji još nisu obračunati, ali su zaštićeni na način da odnos zaštite udovoljava zahtjevima računovodstva zaštite u skladu s Međunarodnim računovodstvenim standardom 39 pod uvjetom da se dosljedno uključuju,
5. neto delta-ekvivalent ukupne knjige valutnih opcija i opcija na zlato,

---

<sup>4</sup> Engleski *spot position*

<sup>5</sup> Engleski *forward position*

<sup>6</sup> Engleski *forwards*

<sup>7</sup> Engleski *futures*

6. tržišnu vrijednost bilo koje druge opcije (koja se ne odnosi na zamjenu valuta ili zlato) čiji je odnosni financijski instrument iskazan u stranoj valuti.

Kreditna institucija izračunava otvorenu deviznu poziciju u svakoj pojedinoj stranoj valuti. Otvorena devizna pozicija kreditne institucije u pojedinoj valuti može biti duga ili kratka. Dugom deviznom pozicijom u pojedinoj valuti smatra se pozicija kod koje je zbroj svih elemenata u toj valuti (i zlatu) pozitivan. Analogno tome, kratkom deviznom pozicijom u pojedinoj valuti smatra se pozicija kod koje je zbroj svih elemenata u toj valuti (i zlatu) negativan.

Ukupna kratka devizna pozicija kreditne institucije zbroj je svih kratkih deviznih pozicija po valutama. Ukupna duga devizna pozicija zbroj je svih dugih deviznih pozicija u pojedinim valutama. Ukupnu otvorenu deviznu poziciju kreditne institucije čini veći od ta dva broja.<sup>8</sup> U tablici 1 prikazan je primjer izračuna ukupne otvorene devizne pozicije kreditne institucije.

Iako su sve kreditne institucije obvezne izračunavati izloženost valutnom riziku na regulativom propisani način te izvještavati regulatora, činjenica je da zakonom propisana metoda ne daje realnu sliku o izloženosti valutnom riziku svake kreditne institucije. Kako bi dobile kvalitetniju sliku o stvarnoj poziciji izloženosti valutnom riziku te nadomjestile nedostatke metode dnevne otvorenosti devizne pozicije, mnoge kreditne institucije često za interne potrebe upotrebljavaju druge statističke metode kao mjere izloženosti valutnom riziku te limite kojima ograničavaju najveću dopuštenu izloženost. Jedna od najčešćih metoda koje kreditne institucije upotrebljavaju za izračun izloženosti valutnom riziku je *Value at Risk* metoda.

---

<sup>8</sup> Opisana metoda se u literaturi često naziva *shorthand* metoda, jer je vrlo konzervativna kako bi ujednačeno obuhvatila rizike kreditnih institucija različite veličine i opsega poslovanja.

Tablica 1: Obrazac VR – Otvorene devizne pozicije u pojedinim valutama svih banaka u Republici Hrvatskoj na datum 30. lipnja 2016. godine

R.br	Valuta		Promptna pozicija		Terminska pozicija		Pozicija u valutnim opcijama	Tržišna vrijednost ostalih opcija	Pozicija u ugrad.opcijama kupnje - JVK	Duga devizna pozicija	Kratka devizna pozicija	Ukupna otvorena devizna pozicija	Pozicija u zlatu	Ukupna otvorena devizna pozicija i pozicija u zlatu	Regulatorni kapital KI
	Brojčana oznaka	Slovna oznaka	Imovina	Obveze	Duga pozicija	Kratka pozicija									
	1	2	3	4	5	6									
1	036	AUD	1.063.018.706,39	-1.170.839.098,66	119.645.612,50	-3.476.019,90	0	0	0	8.349.200,33					
2	040	INF	6.000.000,00	0	0	0	0	0	0	6.000.000,00					
3	124	CAD	629.964.178,60	-666.227.740,51	45.153.683,35	-1.534.885,93	0	0	0	7.355.235,51					
4	156	CNY	1.080,50	0	0	0	0	0	0	1.080,50					
5	203	CZK	18.268.480,75	-42.274.673,75	37.966.104,00	-10.307.464,20	0	0	0	3.652.446,80					
6	208	DKK	32.276.987,37	-30.505.982,06	0	0	0	0	0	1.771.005,31					
7	344	HKD	5.886.777,42	-82.755,83	0	-522.822,20	0	0	0	5.281.199,39					
8	348	HUF	259.429.680,94	-9.905.391,48	2.868.085,85	-251.088.906,07	0	0	0	1.303.469,24					
9	352	ISK	44,84	-11.980,96	0	0	0	0	0		-11.936,12				
10	356	INR	669,13	-0,02	0	0	0	0	0	669,11					
11	392	JPY	26.191.881,34	-23.686.925,37	13.376.636,18	-13.923.842,20	0	0	0	1.957.749,95					
12	414	KWD	619,75	-878,67	0	0	0	0	0		-258,92				
13	554	NZD	619.288,80	-6.291,62	0	-624.380,38	0	0	0		-11.383,20				
14	578	NOK	113.619.534,35	-256.151.321,08	159.021.682,04	-8.548.247,55	0	0	0	7.941.647,76					
15	634	QAR	517,4	0	0	0	0	0	0	517,4					
16	643	RUB	11.059.039,04	-12.023.730,84	249.096.803,59	-248.049.025,11	0	0	0	83.086,68					
17	702	SGD	449.042,02	-3.272,91	0	-598.584,72	0	0	0		-152.815,61				
18	710	ZAR	19.583,70	0	0	0	0	0	0	19.583,70					
19	752	SEK	97.778.899,69	-94.829.135,50	5.416.648,80	-3.823.516,80	0	0	0	4.542.896,19					
20	756	CHF	3.260.684.314,11	-3.687.339.703,30	1.489.692.886,32	-1.110.004.214,69	0	0	0		-46.966.717,56				
21	764	THB	17.626,18	0	0	0	0	0	0	17.626,18					
22	807	MKD	6.866.233,79	-3.336.411,07	0	0	0	0	0	3.529.822,72					
23	826	GBP	454.228.131,72	-533.647.894,87	87.879.063,95	-616.759,98	0	0	0	7.842.540,82					
24	840	USD	15.157.602.301,54	-16.635.646.313,20	17.845.697.170,53	-16.238.032.264,36	0	0	-36,81	129.620.857,70					
25	941	RSD	51.157.941,61	-37.797.196,77	67.091.200,00	-67.518.144,00	0	0	0	12.933.800,84					
26	946	RON	18.397.219,54	-14.552.742,88	11.653.602,16	-11.542.400,72	0	0	0	3.955.678,10					
27	949	TRY	365.760,85	-287.425,04	0	0	0	0	0	78.335,81					
28	975	BGN	1.279.315,59	-498.507,69	0	0	0	0	0	780.807,90					
29	977	BAM	120.494.006,54	-18.067.045,81	3.072.960,80	-20.358.365,30	0	0	0	85.141.556,23					
30	978	EUR	203.495.008.001,44	-192.185.320.712,54	24.501.215.530,09	-35.461.347.588,06	-40.767,87	0	121.996.067,83	471.510.530,89					
31	985	PLN	18.238.796,89	-16.669.443,80	5.603.479,20	-2.358.555,34	0	0	0	4.814.276,95					
32	UKUPNO									768.485.622,01	-47.143.111,41	768.485.622,01	32.446.108,46	800.931.730,47	51.192.170.617,16

## 6. MJERE RIZIKA

U sustavu upravljanja rizicima mjere rizika predstavljaju koncept koji se upotrebljava kako bi se utvrdio iznos imovine (kapitala) koji se treba držati u pričuvi kako bi se zaštitili od mogućih gubitaka. Svrha takve pričuve je da rizici koje preuzimaju financijske institucije, kao što su banke i društva za osiguranje, budu prihvatljivi regulatoru. Mjerama rizika (statističke metode ili interni modeli) se na temelju dostupnih podataka i predviđanja budućih događaja izračunava potencijalni gubitak koji institucija može imati.

Snažan rast interesa za upravljanjem rizicima može se izravno vezati uz porast volatilnosti na financijskim tržištima diljem svijeta od početka 70-tih godina prošloga stoljeća. Među značajnijim događajima koji su pridonijeli povećanoj rizičnosti financijskog poslovanja jesu:

- Raspad Bretton-Woods sporazuma i nestanak sustava fiksnih intervalutnih tečajeva.
- 1973. godine započeli su naftni šokovi koji traju do danas, praćeni povećanim stopama inflacije i kamatnim stopama.
- Na „crni ponedjeljak“ 19. 10. 1987. godine američki burzovni indeksi su u jednom danu izgubili 23% svoje vrijednosti, čime je preko noći nestalo jedan bilijun američkih dolara kapitala.
- U rujnu 1992. godine odgođeno je stvaranje europske monetarne unije zbog nemogućnosti održavanja fiksnih intervalutnih tečajeva između članica unije.
- 1994. godine centralna banka SAD-a, nakon što je tri godine držala kamatne stope na veoma niskoj razini, šest je puta tijekom godine podizala kamatne stope i time izbrisala 1,5 bilijuna američkih dolara svjetskog kapitala.
- Japanski financijski mjehur je puknuo 1989. godine i u slijedeće tri godine smanjio japanski burzovni indeks Nikkei sa 39.000 na 17.000 bodova. Ovakav negativan trend tržišnog indeksa uništio je 2,7 bilijuna američkih dolara kapitala i izazvao nevjerojatnu financijsku krizu u Japanu, od koje se Japan još uvijek oporavlja.
- Valutna kriza 1997. godine u Aziji izbrisala je tri četvrtine tržišne kapitalizacije dionica u Indoneziji, Južnoj Koreji, Maleziji i Tajlandu.



- U kolovozu 1998. godine Rusija je obznanila nemogućnost plaćanja svojih obveza po izdanim državnim obveznicama, što je izazvalo financijski šok diljem svijeta i rezultiralo skorom propašću velikih investicijskih fondova.

Zajedničko svim ovim događajima bila je njihova neočekivanost i potpuna nespremnost sudionika na financijskim tržištima. Rast interesa za upravljanjem financijskim rizicima upravo je posljedica nastojanja da se u budućnosti izbjegnu ili makar ublaže učinci ovakvih financijskih katastrofa. I najnovija povijest, slijedom globalne financijske krize započete još 2008. godine, od čijih se posljedica cjelokupno svjetsko gospodarstvo još uvijek teško oporavlja, ukazuje na važnost upravljanja tržišnim rizicima i svođenje gubitaka na najmanju moguću mjeru.

Slijedom svih navedenih događaja, u financijskom sustavu javila se potreba za izračunom različitih mjera rizika kako bi institucije mogle kvantificirati svoje potencijalne buduće gubitke. Najpoznatije mjere rizika koje su financijske institucije razvile i upotrebljavaju pri upravljanju tržišnim rizicima su (vidi [9]):

- analiza osjetljivosti,
- testiranje ekstremnih događaja (engleski *stress test*),
- testiranje scenarija,
- CAMP model i
- *Value-at-Risk* (VaR).

Jedan od najznačajnijih napredaka u upravljanju tržišnim rizicima je razvoj i sve šira primjena VaR metodologije koja je posebno stvorena kako bi mjerila i upravljala različitim rizičnim pozicijama cjelokupne financijske institucije. VaR metoda nastala je početkom 1990-ih godina u američkim financijskim krugovima pri čemu je osnovni cilj bio sistematizirati mjerenje rizika. VaR metodologija omogućila je bolje praćenje i upravljanje tržišnim rizicima. Osim toga, na strelovito povećanje upotrebe VaR metodologije u bankarskom okruženju utjecalo je nekoliko povijesnih događaja: Bazelski dogovor iz 1995. godine<sup>9</sup>,

---

<sup>9</sup> 1988. godine Bazelskim dogovorom propisano je bolje upravljanje rizicima u bankama povezivanjem kreditnog rizika i propisanih kapitalnih rezerviranja i koeficijenata adekvatnosti kapitala. Amandmanima Bazelskog

izdavanje RiskMetrics web stranice JP Morgana<sup>10</sup> te zahtjev Komisije za vrijednosne papire (SEC) iz SAD-a da kompanije objave svoju rizičnu vrijednost u godišnjim izvještajima.

VaR metodologija mjerenja tržišnih rizika trenutno predstavlja najbolju dostupnu tehniku mjerenja rizika. Kao takvu ju je prihvatio i Bazelski odbor za bankovnu superviziju te je postala industrijski standard za mjerenje tržišnih rizika.

Jednostavna i široka mogućnost primjene pridonijela je rasprostranjenosti upotrebi VaR metodologije, čak i izvan financijskog okruženja. Međutim, stalnim razvojem tržišta i pojavom novih i kompleksnijih proizvoda, prelijevanjem rizika te potrebom da se što preciznije izračunaju mogući gubitci, struka sve više ukazuje na nedostatke VaR metodologije te razvija adekvatnije metode. Stoga se u posljednjih nekoliko godina sve više pažnje posvećuje razvoju konveksnih i koherentnih mjera rizika.

## 6.1. KOHERENTNE MJERE RIZIKA

Iako se u literaturi rizik često definira kao promjena vrijednosti između dva datuma, rizik je zapravo povezan s varijabilnošću buduće vrijednosti pozicije s obzirom na tržišne promjene ili općenito s obzirom na neizvjesne događaje, stoga je bolje u obzir uzimati samo buduće vrijednosti. Cilj promatranja trebaju biti slučajne varijable u budućnosti, definirane kao moguće buduće vrijednosti trenutno postojećih pozicija ili portfelja. Presudno u mjerenju rizika pozicije je da li buduća vrijednost pripada ili ne pripada u skupinu prihvatljivih rizika prema odluci supervizora, kao što su:

- regulator koji uzima u obzir nepovoljne uvjete kada dozvoljava rizične pozicije koje mogu utjecati na resurse države, kao na primjer jamca u krajnjoj nuždi<sup>11</sup>,

---

dogovora 1995. godine detaljnije je propisano i upravljanje tržišnim rizicima te je bankama dozvoljeno da na temelju internih modela odrede svoje kapitalne rezerve za tržišni rizik.

<sup>10</sup> 1994. godine JP Morgan prvi je put na web stranici objavio cjelokupne teoretske postavke VaR metodologije uz pomoć RiskMetrics modela kao i koeficijente korelacije među najvažnijim financijskim instrumentima.

<sup>11</sup> Engleski *Guarantor of last resort*

- klirinška kuća, koja mora ispoštovati obveze prema svim stranama, kako bi se transakcija sigurno provela ili
- investicijski menadžer koji zna da će njegovi trgovci dobiti otkaz u slučaju velikih gubitaka po poziciji (vidi [1]).

Za neprihvatljivi rizik (tj. poziciju s neprihvatljivom budućom neto vrijednosti) jedno rješenje je promjena pozicije. Drugo rješenje je neki općeprihvaćeni instrument (ili više njih) koji, dodan trenutnoj poziciji, omogućava da buduća vrijednost pozicije postane prihvatljiva regulatoru. Trenutni trošak pribavljanja dovoljne količine takvog instrumenta (instrumenata) predstavlja dobar izbor za mjeru rizika prvotno neprihvatljive pozicije. Pri tome, ako definiramo mjeru rizika neprihvatljive pozicije kao minimalni iznos kapitala koji, investiran u referentni instrument, čini buduću vrijednost modificirane pozicije prihvatljivom, tada koherentne mjere rizika predstavljaju one mjere rizika koje zadovoljavaju uvjete subaditivnosti, monotonosti, pozitivne homogenosti i translacijske nepromjenjivosti (vidi [1]).

Kako bi definirali koherentne mjere rizika (vidi [10]), razmotrimo sljedeći set od deset scenarija, svaki sa povezanim gubitkom  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  i  $X_4$ .

Tablica 2: Scenariji za definiranje koherentnih mjera rizika

SCENARIJ	$X_1$	$X_2$	$X_1 + X_2$	$X_3 = 2 * X_1$	$X_4 = X_1 + 1$
1	1.00	0.00	1.00	2.00	2.00
2	2.00	0.00	2.00	4.00	3.00
3	3.00	0.00	3.00	6.00	4.00
4	4.00	1.00	5.00	8.00	5.00
5	3.00	2.00	5.00	6.00	4.00
6	2.00	3.00	5.00	4.00	3.00
7	1.00	4.00	5.00	2.00	2.00
8	0.00	3.00	3.00	0.00	1.00
9	0.00	2.00	2.00	0.00	1.00
10	0.00	1.00	1.00	0.00	1.00
MAKSIMALNI GUBITAK	4.00	4.00	5.00	8.00	5.00

Izvor: vidi [9]

Promatramo  $X_i$  kao slučajnu varijablu koja predstavlja gubitak  $i$ -tog rizika. U primjeru pretpostavljamo da je svaki scenarij jednako vjerojatan. Definiramo mjeru rizika za  $X_i$  kao

$$\rho(X_i) = \text{Maximum}(X_i)$$

gdje je maksimum uzet iz svih deset scenarija.

Takva mjera rizika zadovoljava potrebe regulatora društava za osiguranje koji zahtjeva da društvo za osiguranje ima dovoljno sredstava za pokriće gubitaka u svakom od scenarija. Dio sredstava moguće je pokriti iz premija koje plaćaju osiguranici. Ostatak sredstava treba biti pokriven iz kapitala društva za osiguranje.

Koristeći podatke iz tablice 1 može se potvrditi da mjera rizika,  $\rho$ , zadovoljava sljedeće aksiome.

1. Subaditivnost – za sve slučajne gubitke  $X$  i  $Y$  vrijedi

$$\rho(X+Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$$

2. Monotonost – ako je  $X \leq Y$  za svaki scenarij, onda vrijedi

$$\rho(X) \leq \rho(Y)$$

3. Pozitivna homogenost – za svaki  $\lambda \geq 0$  i slučajni gubitak  $X$  vrijedi

$$\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$$

4. Translacijska nepromjenjivost – za svaki slučajni gubitak  $X$  i konstantu  $\alpha$  vrijedi

$$\rho(X + \alpha) = \rho(X) + \alpha$$

Mjera rizika koja zadovoljava ova četiri aksioma naziva se koherentnom mjerom rizika.

## 6.2. VALUE AT RISK METODA

Problem mjerenja rizika oduvijek se javlja kako u statistici, tako i u ekonomiji i financijskom sektoru. Upravljanje financijskim rizicima također je jedna od glavnih briga i regulatora te financijskih menadžera. Iako su se u prošlosti upotrebljavali neke metode slične VaR-u, VaR koncept kao zasebna metodologija razvio se krajem 80-ih godina prošlog stoljeća. Događaj koji je doveo do razvoja VaR metodologije bio je veliki pad burze 1987. godine. To je bila prva velika financijska kriza koju standardni statistički modeli nisu mogli predvidjeti te je dovela u pitanje temeljne postavke dotadašnjeg sustava upravljanja rizicima što je rezultiralo razvojem novih statističkih metoda koje bi adekvatno kvantificirale moguće gubitke u budućnosti.

Početna svrha razvoja VaR metodologije bila je kvantificiranje tržišnih rizika. Međutim, negativna strana usredotočenja na samo jednu vrstu rizika jest u tome što će institucije početi seliti svoje investicije iz područja jedne vrste rizika u druga područja koja je mnogo teže kontrolirati i mjeriti. Očiti primjer ovakvih procesa unutar financijske institucije su upravo banke koje su zbog strože kontrole kreditnog rizika i većih rezerviranja za tu vrstu rizika počele premještati dio svojih kreditnih rizika u tržišne rizike gdje su potrebna znatno manja izdvajanja za rezerviranja. Zbog takvih i sličnih slučajeva regulatori i same financijske institucije razvijaju integrirani pristup upravljanju rizicima kojim nastoje obuhvatiti što veći

broj rizika kroz cjelokupnu organizaciju. VaR metodologija koja je prvenstveno bila razvijena za upravljanje tržišnim rizicima sada se primjenjuje u integriranom pristupu vrednovanja kreditnog i tržišnog rizika zajedno.

VaR metodologija u novije vrijeme nalazi svoju primjenu i u upravljanju drugim vrstama rizika kao što su rizik likvidnosti i operativni rizik. Nakon što je J.P. Morgan 1994. godine objavio RiskMetrics sustav temeljen na VaR metodologiji, 1997. godine razvio je CreditMetrics sustav koji služi mjerenju kreditnog rizika u okviru portfelja financijske institucije, dok je 1999. godine razvio CorporateMetrics sustav namijenjen prvenstveno nefinancijskim institucijama. Oba navedena sustava također se temelje na teorijskim pretpostavkama VaR metodologije kao i RiskMetrics sustav.

VaR predstavlja pokazatelj kojim se mjeri potencijalni maksimalni prihvatljiv gubitak iz portfelja u određenom razdoblju zbog promjene cijena njegovih dijelova, a na temelju podataka iz prošlosti. Valutni VaR izračunava maksimalni prihvatljivi gubitak uz zadanu razinu pouzdanosti koji kreditna institucija može pretrpjeti u zadanom vremenskom roku uzrokovan promjenom tečaja.

VaR izračunava očekivani maksimalni prihvatljivi gubitak tijekom određenog vremenskog razdoblja unutar statistički definiranog područja prihvatanja (određene vjerojatnosti). Matematički gledano, VaR se definira kao kvantil distribucije. Odnosno, za dani skup podataka, vremenski horizont i određenu vjerojatnost  $p$ , VaR se izračunava kao kvantil koji predstavlja najveću vrijednost prihvatljivog gubitka uz zadanu vjerojatnost gubitka  $p$ . Uz pretpostavku da je razdioba gubitaka/dobitaka neprekidna, VaR je ujedno i najmanja vrijednost dobitka koja se još ne smatra gubitkom, ako je vjerojatnost gubitaka  $p$ .

VaR predstavlja jednu od statističkih metoda koja se upotrebljava za mjerenje i kvantificiranje razine rizika tijekom određenog vremenskog razdoblja. Sukladno tome, VaR se uobičajeno

promatra kroz 3 varijable: iznos potencijalnih gubitaka, razinu pouzdanosti i vremenski okvir koji se promatra.

#### 6.2.1. PREDNOSTI I NEDOSTATCI VALUE AT RISK METODOLOGIJE

Jedna od najvećih zasluga koja se pripisuje VaR-u je činjenica da je viši menadžment postao svjesniji odnosa između preuzetih rizika i ostvarenog profita, što je dovelo do mnogo efikasnije alokacije sredstava. Osnovni razlog je to što VaR daje jednostavnu i konzistentnu mjeru rizika za različite pozicije i faktore rizika. Na taj način omogućuje usporedbu rizika različitih instrumenata, primjerice usporedbu rizika ulaganja u dionice i ulaganja u obveznice. Tako VaR predstavlja jedinstvenu mjeru rizika koja omogućuje usporedbu instrumenata koji do tada nisu bili usporedivi.

Dodatna prednost VaR metodologije je da uzima u obzir koeficijente korelacije između različitih faktora rizika. U slučaju kada dva faktora rizika poništavaju jedan drugoga, VaR uzima u obzir njihovu međusobnu koreliranost što će rezultirati nižom razinom rizika. Analogno tome, ukoliko se dva faktora međusobno ne poništavaju, razina rizika izračunata uz pomoć VaR-a će biti viša. Činjenica je da VaR metodologija nudi konzistentan i integriran pristup upravljanju tržišnim rizicima, što vodi ka cjelokupnom boljem i sigurnijem poslovanju institucija.

Nagla ekspanzija primjene VaR metodologije i postavljanje VaR-a kao industrijskog standarda naišlo je i na brojne kritike, kako samog koncepta VaR-a tako i primjene statističkih i drugih pretpostavki vezanih uz VaR. Jedna od kritika VaR-a je da daje neprecizne izračune, obzirom da različiti VaR modeli daju različite procjene rizika iako koriste iste podatke, što može dovesti do velikih neočekivanih gubitaka (vidi [15]). Također, zamjerka VaR-u kao mjeri kontrole rizika je mogućnost manipulacije, jer se pretpostavlja da brokeri imaju mogućnost namjerno investirati u sredstva koja prikazuju mali iznos VaR-a u odnosu na stvarni rizik. Na taj način dolazi do seljenja većih iznosa sredstava u rizičniju imovinu o kojoj VaR modeli ne daju pravu predodžbu rizika. Dodatna zamjerka VaR-u je što, uz određenu

vjerojatnost, izračunava najveći prihvatljivi gubitak. Međutim, ukoliko stvarni gubitak ipak bude veći od izračuna, VaR metodologija ne kvantificira koliki će taj gubitak biti.

Ipak, najveći nedostatak VaR metodologije je nezadovoljavanje uvjeta subaditivnosti tj. nije sigurno da iznos VaR-a ukupnih pozicija portfelja neće biti veći od sume VaR-a samostalnih pozicija koje čine taj portfelj. Koristeći VaR metodologiju može se dogoditi da rizik sume pozicija bude veći nego suma pojedinih rizika. Stoga se u posljednje vrijeme kao nadopuna VaR metodologiji koristi mjera očekivanog gubitka u repu distribucije<sup>12</sup> tj. očekivana vrijednost gubitka koja premašuje iznos VaR-a, a koja zadovoljava spomenuti uvjet subaditivnosti.

## 6.2.2. METODE IZRAČUNA VALUE AT RISK-A

Razvojem VaR sustava mjerenja rizika jasno su se diverzificirala tri glavna načina procjene VaR-a:

- Povijesna simulacija<sup>13</sup>
- Parametarski VaR (Metoda varijance/kovarijance)
- Monte Carlo metoda.

Iako se ova tri pristupa izračunu VaR-a razlikuju i često daju različite rezultate, zajednička su im neka ograničenja i karakteristike. Svaki od pristupa koristi faktore rizika. Praćenjem kretanja malog broja faktora rizika, kao što su kamatna stopa, intervalutni tečajevi, volatilnosti i slično moguće je izračunati vrijednosti tisuća vrijednosnica koje se nalaze na tržištima kapitala. Sva tri pristupa izračuna VaR-a koriste povijesnu promjenu cijena na tržištu kako bi odredili odgovarajuću distribuciju za dobivene podatke.

---

<sup>12</sup> Engleski *Expected tail loss* (ETL) ili *Expected Shortfall* (ES)

<sup>13</sup> Engleski *Historical Simulation* (HS)



#### 6.2.2.1. POVIJESNA SIMULACIJA

Povijesna simulacija pripada skupini neparametarskih metoda procjene VaR-a. Neparametarske metode<sup>14</sup> se temelje na pretpostavci da će bliska budućnost biti veoma slična nedavnoj prošlosti, te da se uz pomoć podataka iz nedavne prošlosti može prognozirati rizik u bliskoj budućnosti.

Ovom se metodom ocjenjuje tržišna vrijednost portfelja (u ovom slučaju valutne pozicije) obzirom na kretanje tečajeva u posljednjih  $n$  dana.

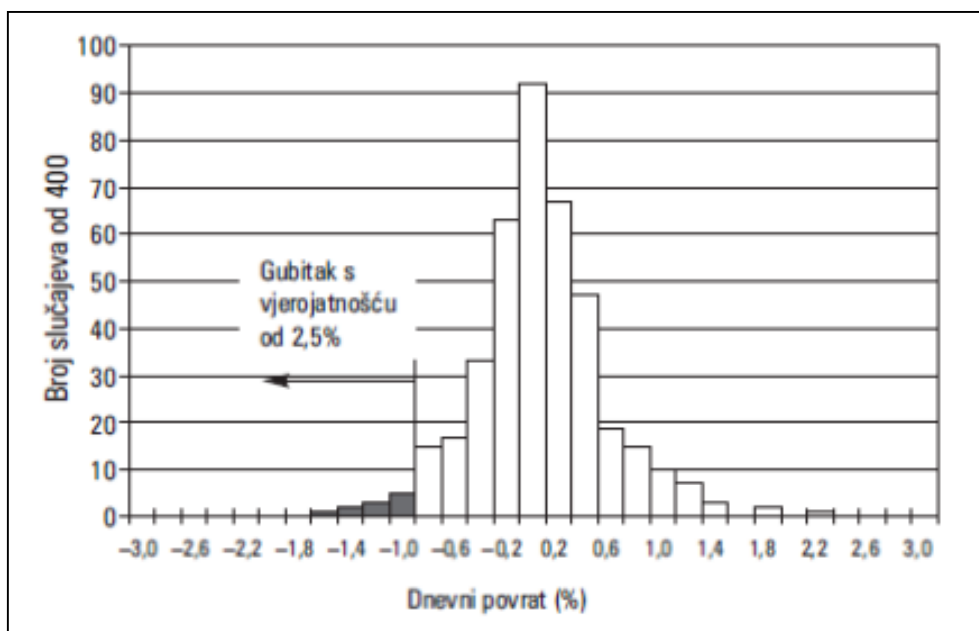
Zajedničko svim neparametarskim modelima, kojima pripada i povijesna simulacija, jest da pri procjeni VaR-a ne postavljaju pretpostavke o distribuciji povrata. Bit neparametarskih modela je u tome da umjesto pretpostavke teorijskih distribucija povrata za izračun VaR-a koriste empirijske distribucije koje se dobivaju iz promatranih podataka.

Povijesna simulacija predstavlja konceptualno najjednostavniju metodu izračuna VaR-a. Kako bi se provela povijesna simulacija potrebno je uzeti odgovarajući vremenski horizont od npr. 100, 250 ili 500 dana povijesnih podataka, izračunati dnevne povrate i odrediti iznos VaR-a iz iscrtanog histograma gubitaka i dobitaka. Primjer izračuna VaR-a primjenom povijesne simulacije prikazan je na slici 1.

---

<sup>14</sup> Osim povijesne simulacije, u neparametarske metode spadaju i *bootstrap* metoda, faktorska analiza, neparametarska procjena gustoće distribucije i metoda glavnih čimbenika. Ovakve metode korisne su pri izračunu VaR-a za portfelje s velikim brojem faktora rizika.

Slika 1: Prikaz VaR izračuna primjenom povijesne simulacije



Izvor: vidi [11]

Promatramo 400 dnevnih povrata po tečaju između dvije valute koji su varirali od -1,8% do 2,2%. Za svaku stopu povrata može se izračunati vjerojatnost ostvarivanja niže stope povrata. Ako je određena razina prihvaćanja od 97,5%, na grafikonu se nalazi točka prema kojoj onda postoji vjerojatnost od 2,5% da će se ostvariti niži prihod. Na histogramu na slici 1. je vidljivo da nakon izračuna dnevnih povrata koji se poredaju od najvećih gubitaka do najvećih dobitaka, uz vjerojatnost od 97,5%, najveći dnevni gubitak iznosi 0,8% tržišne vrijednosti promatranog instrumenta. Prema tome, ako na primjer imamo poziciju u valuti u vrijednosti 100 milijuna USD, uz vjerojatnost od 2,5%, vrijednost te pozicije će pasti za najmanje 800.000 USD u sljedeća 24 sata. Dakle, ako vjerojatnost od 2,5% uzmemo kao limit za definiranje gubitaka uslijed normalnih tržišnih kretanja, onda 800.000 USD predstavlja vrijednost VaR-a kao najvećeg prihvatljivog gubitka dane pozicije.

Povijesna simulacija se, za razliku od RiskMetrics modela, ne zasniva na koeficijentima korelacije među dijelovima portfelja, nego ocjenjuje tržišnu vrijednost portfelja s obzirom na

pojedinačne tržišne cijene pozicija portfelja u  $n$  posljednjih dana. Osnovna ideja tog koncepta je uzimanje u obzir trenutnog portfelja te ponovna ocjena njegove tržišne vrijednosti na osnovi tržišnih cijena iz prethodnih dana.

Međutim, povijesna simulacija temelji se na nekim diskutabilnim pretpostavkama. Pretpostavka da će buduće distribucije imati točno isti oblik kao i one iz prošlosti ne mora nužno biti točna. Pokazalo se da takvi modeli slabije funkcioniraju u kriznim situacijama. Naime, takvi modeli pokazuju očekivane maksimalne gubitke, a krizne se situacije u većini slučajeva ne očekuju, nego dolaze nenadano. U prilog tomu govore i istraživanja provedena nakon ruske financijske krize iz 1998. godine kada se pokazalo loše funkcioniranje neparametarskih modela. Nadalje, pretpostavka da svaki promatrani dan jednakim intenzitetom utječe na promatrani VaR također je naišla na brojne kritike. Iz tog razloga su razvijeni i drugi oblici povijesne simulacije, kao što su Boudaukh-Richardson-Whitelawov model (BRW) te filtrirani model povijesne simulacije (FPM). BRW model je uveo različite dnevne intenzitete, tako da je događajima iz bliže prošlosti dodijelio veće koeficijente, dok se FPM model bazira na filtriranju podataka o cijenama iz povijesti kako bi se mogle prilagoditi trenutnim informacijama o riziku svakog instrumenta pojedinačno (vidi [2]).

Također, odabir veličine vremenskog horizonta pokazao se problematičnim. Najčešće se uzima vremensko razdoblje od 100 do 500 dana. No statistička promatranja pokazuju da je u određenim situacijama i uzorak od 500 promatranja premalen. Ako je u model ugrađen premali ili preveliki broj promatranih dana, njegova se preciznost smanjuje.

Unatoč spomenutim kritikama, povijesna simulacija je vrlo popularna metoda izračuna VaR-a zbog svojih osnovnih karakteristika: konceptualno je vrlo jednostavna, jednostavna za razumijevanje i primjenu, široko je rasprostranjena te prema mnogim istraživanjima u normalnim tržišnim uvjetima ipak daje zadovoljavajuće rezultate. Povijesna simulacija je vrlo korisna kada ne postoji dovoljno stvarnih podataka za izračun te kada ne postoji dovoljno informacija o distribuciji dnevnih dobitaka i gubitaka. Premda nosi jednostavne izračune, oni

su vrlo često vremenski zahtjevni jer povećanjem broja pojedinačnih ulaganja (instrumenata) eksponencijalno rastu i potrebni izračuni (vidi [14]).

#### 6.2.2.2. METODA VARIJANCE/KOVARIJANCE

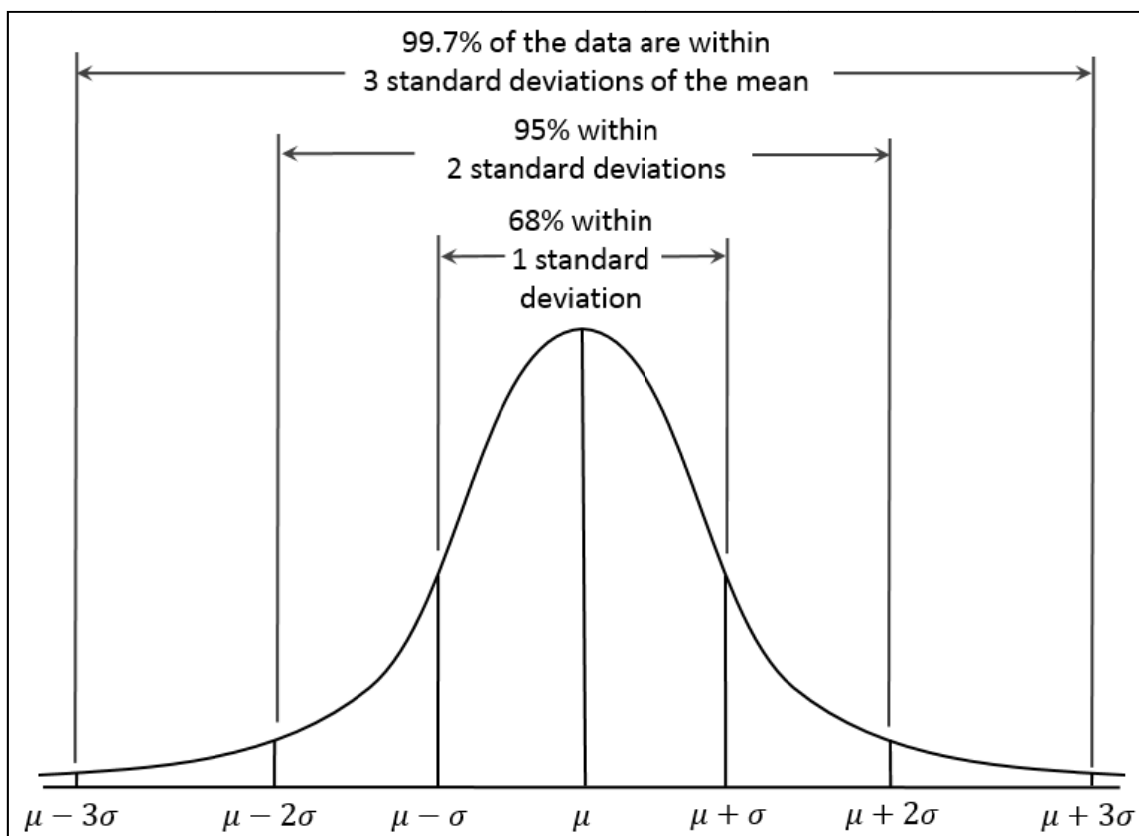
Parametarska metoda mjerenja VaR-a poznata je pod mnogim nazivima: Linearni VaR, VaR varijance i kovarijance, Delta normalan VaR i Delta-gama normalan VaR. Izračun VaR-a parametarskom metodom temelji se na pretpostavci da distribucija povrata odgovara nekoj od teorijskih distribucija, kao što je primjerice normalna distribucija. Primjenom ove pretpostavke VaR za tržišni rizik izračunava se na temelju dva osnovna parametra: srednje vrijednosti povrata (ili stope povrata) promatranog portfelja te standardne devijacije povrata. Iako za parametarski pristup određivanja VaR-a nije nužna pretpostavka normalnosti raspodjele stopa povrata portfelja, najčešće se u ovoj metodi upotrebljava normalna distribucija. Normalna distribucija ima određene jednostavne karakteristike koje umnogome pojednostavljaju izračun VaR-a. Jednostavnost se očituje u tome što je za poznavanje cijelog oblika normalne krivulje potrebno znati samo matematičko očekivanje i standardnu devijaciju te razdiobe.

Slučajna varijabla  $X$ , s matematičkim očekivanjem  $\mu$  i standardnom devijacijom  $\sigma$  je normalno distribuirana ukoliko je neprekidna s gustoćom vjerojatnosti:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{(x - \mu)}{\sigma} \right)^2 \right]$$

Prikaz normalne distribucije dan je na slici 2.

Slika 2: Prikaz normalne distribucije

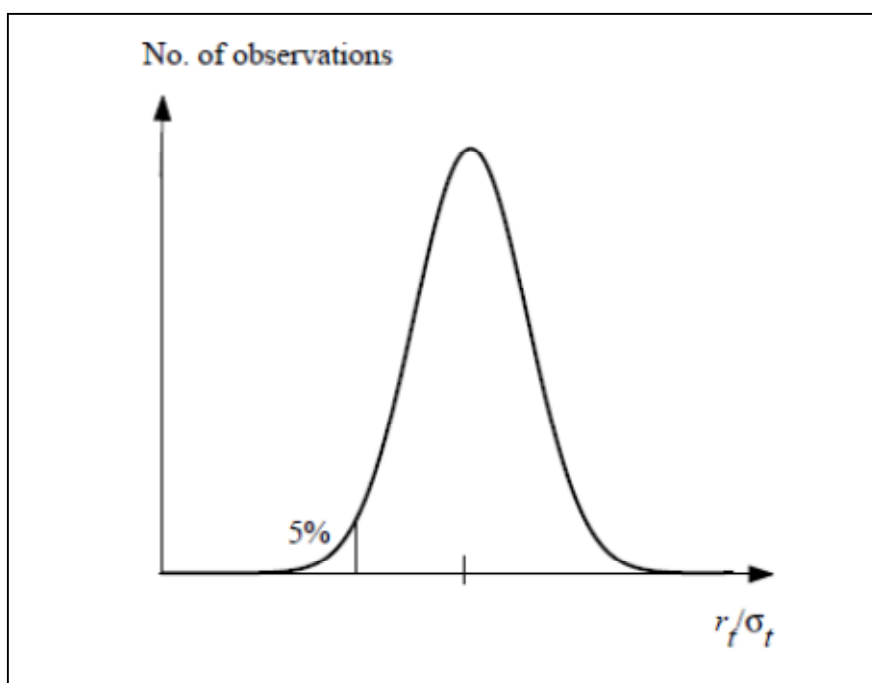


Izvor: vidi [7]

Metodologija izračuna VaR-a primjenom metode varijance/kovarijance (sukladno RiskMetrics metodologiji) prikazana je u sljedećem primjeru (vidi [12]).

Promotrimo instituciju čija je lokalna valuta USD i koja ima poziciju od 140 milijuna EUR u 10-ogodišnjoj njemačkoj državnoj obveznici. Izračunavamo 1-dnevni VaR uz 5% vjerojatnosti gubitka. Uz tečaj EUR/USD od 1,4 tržišna vrijednost pozicije iznosi 100 milijuna USD. U ovom primjeru institucija je izložena kamatnom riziku koji proizlazi iz cijene obveznice i valutnom riziku koji proizlazi iz izloženosti u valuti EUR. Izloženost je i dalje 100 milijuna USD, ali je podložna utjecaju dva različita tržišna faktora rizika.

Slika 3: Prikaz normalne distribucije standardiziranog povrata na tečaj EUR/USD



Izvor: vidi [12]

Uz RiskMetrics pretpostavku da je standardizirani povrat ( $r_t/\sigma_t$ ) na tečaj EUR/USD normalno distribuiran (slika 3), VaR predstavlja -1,65 standardnih devijacija ( $-1,65\sigma$ ). Ako je procjena standardne devijacije 10-togodišnje njemačke državne obveznice 0,605%, a procjena dnevne standardne devijacije EUR/USD 0,565%<sup>15</sup>, onda je:

$$\text{Kamatni rizik (IR)} = \$100 \text{ milijuna} \times (-1,65) \times 0,605\% = -\$999.000$$

$$\text{Valutni rizik (FX)} = \$100 \text{ milijuna} \times (-1,65) \times 0,565\% = -\$932.000$$

<sup>15</sup> Svi podaci korišteni u primjeru javno su objavljeni i preuzeti sa web-stranice J.P.Morgan u sklopu RiskMetrics tehničkog dokumenta.

Međutim, ukupni rizik obveznice nije jednostavna suma kamatnog i valutnog rizika zbog korelacije između povrata na tečaj EUR/USD i povrata 10-ogodišnje njemačke državne obveznice. Ako je korelacija ( $\rho$ ) jednaka -0,27 tada je ukupni rizik pozicije iskazan kao VaR:

$$VaR = \$100 \text{ milijuna} \times (-1,65) \sqrt{\sigma_{IR}^2 + \sigma_{FX}^2 + (2 \times \rho_{IR,FX} \times \sigma_{IR} \times \sigma_{FX})}$$

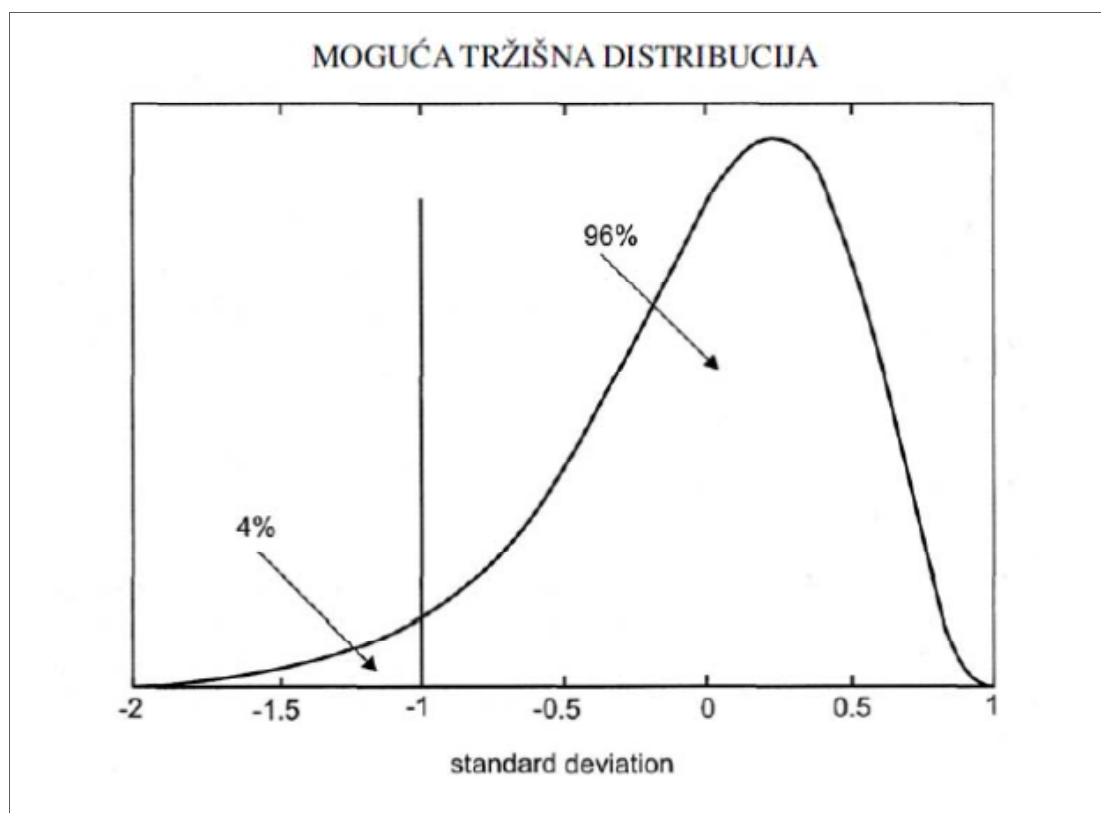
$$VaR = \$100 \text{ milijuna} \times (-1,65) \times$$

$$\sqrt{(0,605\%)^2 + (0,565\%)^2 + (2 \times (-0,27) \times 0,605\% \times 0,565\%)}$$

$$VaR = -\$1,675 \text{ milijuna}$$

Prva problematična pretpostavka ove metode je pretpostavljena normalnost distribucije. Istraživanja su pokazala da tržišna kretanja često odudaraju od matematičkog ideala normalne distribucije. U tom se smislu onda javljaju distribucije kao što je prikazano na slici 4. Stoga se često u literaturi ističe da je najveći problem upravljanja rizicima danas upravo odudaranje od normalne distribucije, što stvara konceptualne greške u postojećim modelima (vidi [14]).

Slika 4: Prikaz asimetrične distribucije



Izvor: vidi [14]

Druga problematična pretpostavka obuhvaća linearnost portfelja. Ta pretpostavka vrijedi u slučaju portfelja s jednostavnijim instrumentima ulaganja, a ne vrijedi za portfelj koji uključuje opcije i druge derivativne instrumente, jer cijene derivata linearno ne prate promjene kamatnih stopa ili deviznih tečajeva. Taj je problem bio osnovni razlog razvijanja i uvođenja Monte Carlo metode.

Osim toga, kao dodatni nedostatak navodi se i problem fiksности portfelja u tijeku promatranog razdoblja, što može biti realno za slabije trgovački aktivne institucije, ali predstavlja problem za institucije s velikim i aktivnim trgovačkim portfeljima. Konačno, mnoga istraživanja ukazuju i na problem konstantnosti koeficijenata korelacije između instrumenata ulaganja.



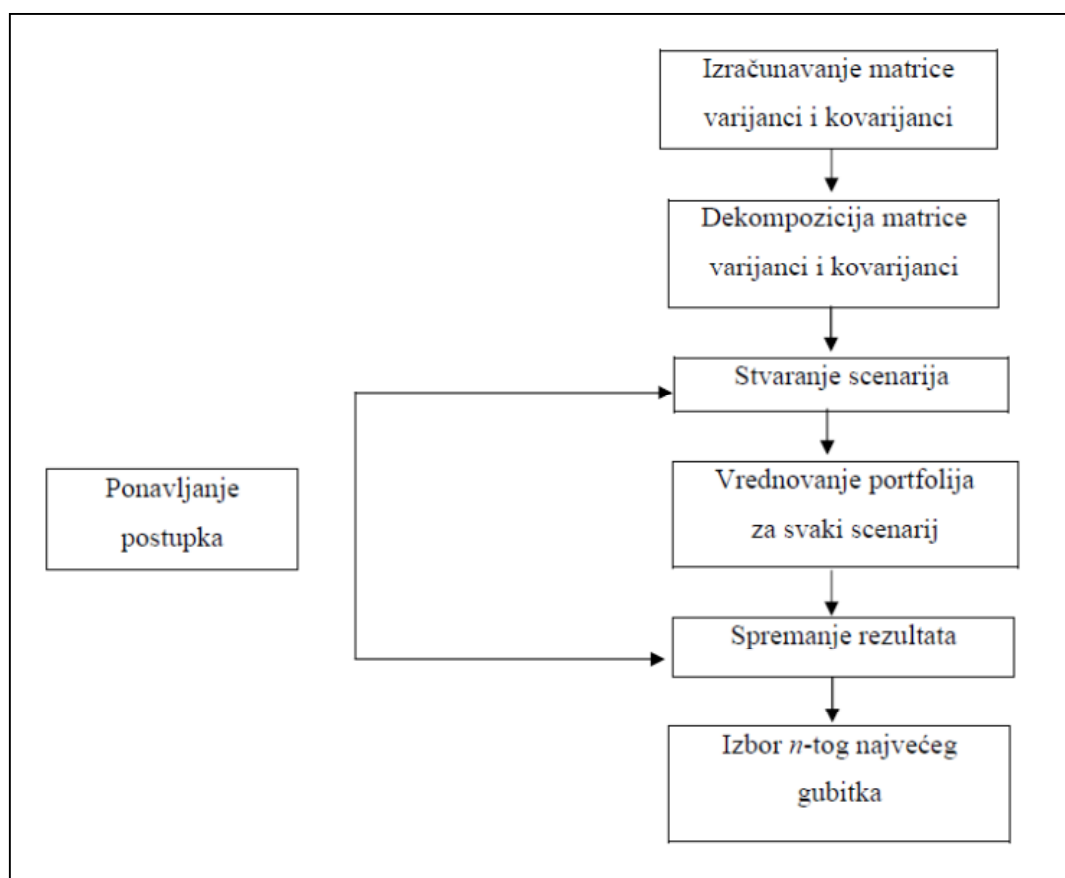
### 6.2.2.3. MONTE CARLO METODA

Osnovna pretpostavka RiskMetrics modela jest da se dobitci ili gubitci iz portfelja distribuiraju normalnom krivuljom. Ukoliko takva postavka nije realna, može se razviti povijesni model koji se zasniva na povijesnim podacima tj. na pretpostavci da će se buduće promjene kretati baš kao u prošlosti. Međutim, ukoliko se pokaže da ni takvo predviđanje nije dovoljno realno, uvodi se Monte Carlo simulacija, sa zadatkom statističkog generiranja slučaja scenarija na osnovi kojih će se odrediti vrijednost VaR-a.

Monte Carlo simulacija vrlo je slična metodi povijesne simulacije, s tom razlikom što se hipotetične promjene tržišnih faktora ne ostvaruju na temelju prošlih opaženih promjena tržišnih faktora, već se nasumično uzimaju iz statističke distribucije koja na adekvatan način predstavlja aktualna statistička svojstva promjena tržišnih faktora. Obično se za izračun koristi veliki broj nasumično generiranih simulacija (npr. 10.000 simulacija) pri čemu se upotrebljavaju procjene distribucije i korelacija koje su odredile osobe odgovorne za upravljanje rizicima. Svaka je simulacija drugačija, ali u ukupnosti simulacija dostiže odabrane statističke parametre.

Monte Carlo metoda za izračun upotrebljava slučajne brojeve. Jednostavan primjer slučajnog broja je broj dobiven bacanjem kockice (1, 2, 3, 4, 5, 6) ili okretanjem ruleta (zbog čega metoda i nosi naziv "Monte Carlo"). U računalnim simulacijama slučajni brojevi izračunavaju se pomoću specijalnih matematičkih funkcija nazvanih generatori pseudoslučajnih brojeva. Postupak izračuna VaR-a pomoću Monte Carlo metode prikazan je niže na slici 5.

Slika 5: Ilustracija postupka izračuna VaR-a pomoću Monte Carlo metode



Izvor: vidi [9]

Iz generiranih scenarija VaR se izračunava tako da se izabere  $n$ -ti najveći gubitak. Ako se npr. generira 1000 scenarija, a traži se VaR uz 1% gubitka, vrijednost VaR-a jednaka je desetom najvećem zabilježenom gubitku u generiranim scenarijima.

Monte Carlo metoda smatra se najboljom metodom za izračun VaR-a. Ona objašnjava široki raspon rizika, uključujući nelinearni cjenovni rizik te rizik modela. Može sadržavati vremensku varijancu promjenjivosti, zadebljane krajeve i ekstremne scenarije. Ipak, najveći nedostatak ove metode je trošak izračuna, jer u trenutku kada cjelokupna procjena imovine postane kompleksna, ova metoda postaje neefikasna za učestalo provođenje.

Monte Carlo metoda ima dvije važne prednosti pred ostalim pristupima:

- Za razliku od parametarskog pristupa izračuna VaR-a Monte Carlo metoda koristi nelinearne modele vrednovanja portfelja, te uzima u obzir nelinearnost promjena vrijednosti.
- Za razliku od povijesne simulacije može generirati beskonačan broj scenarija i testirati mnogobrojne moguće događaje.

Međutim, Monte Carlo metoda ima i dva bitna nedostatka:

- Vrijeme potrebno za izračunavanje VaR-a pomoću Monte Carlo metode može biti znatno duže od vremena za izračun parametarskog VaR-a zbog toga što se moguća vrijednost portfelja mora tisuće puta preračunavati.
- Za razliku od povijesne simulacije koja ne pretpostavlja niti jednu teorijsku distribuciju već uzima empirijske vrijednosti povrata, Monte Carlo metoda pretpostavlja neku razdiobu vrijednosti varijable od interesa (npr. valutnih tečajeva).

Dodatni nedostatak koji se može primijetiti kod korištenja Monte Carlo metode je činjenica da ova metoda izračuna VaR-a jednom unesene volatilnosti i korelacije između pojedinih vrijednosnica smatra stalnima, te zbog toga ne reagira na promjene na tržištu i ne ocrtava stvarnu razinu rizika.

Primjer izračuna VaR-a primjenom Monte Carlo metode prikazan je u poglavlju 7.2.

### 6.3. METODA OČEKIVANOG GUBITKA

Hvaljen zbog svoje sposobnosti da agregira rizike različitih instrumenata kao što su dionice, obveznice, robe, valute i derivatni instrumenti, VaR je postao industrijski standard u svijetu mjerenja rizika od njegova uvođenja u ranim 1990-ima. Za razliku od ostalih mjera rizika koje se temelje na povijesnim prinosima, VaR je napredna mjera rizika koja procjenjuje gubitke portfelja u budućnosti. Svoje mjesto osobito je našao u bankarskom sektoru gdje se upotrebljava za izračunavanje jamstvenog kapitala, kao *benchmark* za potencijalne gubitke instrumenata i svakodnevno upravljanje različitim rizicima pa čak i kao mjera za izračunavanje temeljnog kapitala pri osnivanju novih banaka. Prednosti VaR metode su dobro poznate, ali unatoč svojoj popularnosti, mjera ostaje predmet mnogih kontroverzi, a mnogi je smatraju krivcem za značajne gubitke koje su pretrpjeli tijekom globalne financijske krize.

Jedna od glavnih zamjerki VaR metode je što ne pruža nikakvu informaciju o tome koliki gubitak može biti u onih  $x\%$  vjerojatnosti koje izračun VaR-a ne obuhvaća. VaR zanemaruje ukupan rizik u repu distribucije, odnosno rizik velikih, potencijalno i katastrofalnih gubitaka.

Druga glavna zamjerka VaR metode je što ne zadovoljava uvjet subaditivnosti. Zbog nedostatka subaditivnosti, menadžeri ne mogu biti sigurni da ukupni izračunati VaR realno odražava diverzifikaciju među različitim portfeljima (vidi [8]).

Investitori koji su pretrpjeli značajne gubitke u uvjetima globalne financijske krize pronašli su krivca u lošem razumijevanju VaR metodologije i njenim ograničenjima. Stoga su mnogi investitori, pa tako i banke počeli upotrebljavati novu mjeru rizika nazvanu metoda očekivanog gubitka (engleski *Expected Shortfall method* (ES))<sup>16</sup>.

---

<sup>16</sup> Metoda očekivanog gubitka ili *Expected Shortfall* metoda još je poznata pod nazivima *Mean Excess Loss* (MEL), *Mean Shortfall* (MS), *Tail VaR*, *Average VaR* ili *Conditional VaR* (CVaR).

ES metoda je dizajnirana za mjerenje rizika od ekstremnih gubitaka i predstavlja svojevrsnu nadogradnju VaR metodologije jer izračunava srednji iznos gubitaka ako se štetni događaj dogodi. Dok VaR metoda daje odgovor na pitanje: "Koji je najmanji gubitak koji mogu imati uz određenu vjerojatnost?", ES odgovara na pitanje: "Kada moj gubitak bude veći od gubitka izračunatog pomoću VaR-a, koliko će taj gubitak u srednjem iznositi?". Stoga je ES metoda superiornija u odnosu na VaR metodu jer kvantificira rizik u repu distribucije, a također zadovoljava i uvjet subaditivnosti.

Matematički gledano, ES se izračunava kao ponderirani prosjek između vrijednosti VaR-a i gubitaka iznad izračunate vrijednosti VaR-a. Izračunata vrijednost ES-a stoga ne može biti niža od izračunate vrijednosti VaR-a po apsolutnoj vrijednosti. Ali što je apsolutna vrijednost ES-a manja, to je bolje jer onda gubitci neće biti toliko ekstremni.

ES se izračunava na sljedeći način:

$$ES = \left(\frac{1}{1-c}\right) \times \int_{-\infty}^{VaR} xp(x)dx$$

gdje je:

$p(x)$  - gustoća vjerojatnosti povrata  $X$

$1-c=\alpha$

$VaR = VaR_{\alpha}(X)$

Sljedeći primjer (vidi [8]) prikazuje jednostavan izračun ES-a. Pretpostavimo portfelj od 500.000 USD sa sljedećim mogućim dobitcima i gubitcima:

Tablica 3: Mogući gubitci/dobitci za portfelj od 500.000 USD

VJEROJATNOST	DOBIT/GUBITAK U USD
10%	-500.000
30%	-100.000
40%	0
20%	250.000

Za vjerojatnost nastanka gubitka  $\alpha$ , ES ovog portfelja je prikazan u tablici 4.

Tablica 4: ES portfelja uz zadani  $\alpha$

$\alpha$	ES
5%	-500.000
10%	-500.000
20%	-300.000
30%	-233.300
40%	-200.000
50%	-160.000
60%	-133.300
70%	-114.300
80%	-100.000
90%	-61.100
100%	-30.000

ES je izračunat ponderiranjem gubitaka sa vjerojatnošću nastanka pojedinog gubitka. Primjerice, ako u 10% slučajeva portfelj gubi svu svoju vrijednost, onda ES i za  $\alpha=5\%$  i  $\alpha=10\%$  iznosi 500.000 USD. Za ostale vrijednosti  $\alpha$  ES izračunava se ponderiranjem svakog gubitka s odgovarajućom vjerojatnosti. Na primjer, za  $\alpha=40\%$ , ES se izračunava na sljedeći način:

$$ES(40\%) = \frac{(10\% \times (-\$500.000)) + (30\% \times (-\$100.000))}{40\%}$$

$$ES(40\%) = -\$200.000$$

Kao i svaka mjera rizika i ES metoda ima svoje nedostatke. Pokazalo se da, za istu razinu vjerojatnosti, ES procjene mogu biti nestabilnije od VaR procjena. Također, ES metoda često zahtjeva veliki broj opažanja kako bi mogla generirati pouzdan rezultat, te je osjetljivija na greške u opažanjima u odnosu na VaR metodologiju (vidi [15]). Štoviše, pouzdanost ES metode uvelike ovisi o modelu korištenom za izračun podataka u repu distribucije. Konačno, treba napomenuti da se ES metoda temelji na izračunu prosječnog gubitka iznad VaR vrijednosti, ali nikako nije mjerilo najekstremnijeg mogućeg gubitka.

## **7. PRIMJENA MJERA RIZIKA U VREDNOVANJU VALUTNOG RIZIKA BANKARSKOG SEKTORA U REPUBLICI HRVATSKOJ**

Na primjeru devizne pozicije svih banaka u Republici Hrvatskoj prikazat će se primjena opisanih mjera rizika u vrednovanju valutnog rizika. Izračunat će se VaR i ES za zajedničku deviznu poziciju svih banaka u Republici Hrvatskoj kako bi se dobio potencijalni dnevni gubitak te će se provesti usporedba rezultata dobivenih navedenim metodama.

Svaka mjera rizika izračunat će se uz pomoć 3 različite metode: povijesnom simulacijom, metodom koja pretpostavlja normalnu razdiobu podataka te Monte Carlo metodom te će se provesti usporedba rezultata kako bi donijeli zaključak koja metoda izračuna je najbolja. Zatim će se za svaku od navedenih metoda provesti usporedba rezultata VaR-a i ES-a kako bi se donio zaključak koja od te dvije mjere rizika je bolja. Usporedba rezultata provest će se primjenom *Bootstrap* metode i metode unakrsne validacije (engleski: *Crossvalidation method*).

### **7.1. DEFINICIJA PODATAKA**

Podaci korišteni u primjeru za izračun VaR-a i ES-a službeni su podatci Hrvatske narodne banke. Hrvatska narodna banka podatke dobiva od banaka koje su ih dužne, sukladno zakonskim propisima, dostavljati na dnevnoj bazi.

U primjeru su korišteni podatci o ukupnoj dnevnoj otvorenoj deviznoj poziciji i poziciji u zlatu svih banaka u Republici Hrvatskoj u razdoblju od 01. travnja do 30. lipnja 2016. godine. Ukupna otvorena devizna pozicija i pozicija u zlatu za pojedini datum predstavlja ukupnu valutnu izloženost svih banaka na taj dan. U sljedećoj tablici prikazani su svi podatci o deviznoj poziciji za promatrano razdoblje koji su korišteni u izračunima.



Tablica 5: Ukupna otvorena devizna pozicija i pozicija u zlatu svih banaka u Republici Hrvatskoj u razdoblju od 01. travnja do 30. lipnja 2016. godine

Datum	Tečaj	Ukupna otvorena devizna pozicija i pozicija u zlatu	Ukupna otvorena devizna pozicija i pozicija u zlatu	Datum	Tečaj	Ukupna otvorena devizna pozicija i pozicija u zlatu	Ukupna otvorena devizna pozicija i pozicija u zlatu	Datum	Tečaj	Ukupna otvorena devizna pozicija i pozicija u zlatu	Ukupna otvorena devizna pozicija i pozicija u zlatu
		HRK	EUR			HRK	EUR			HRK	EUR
01.04.2016.	7,519798	652.319.583,44	86.746.955,63	02.05.2016.	7,478284	244.107.878,92	32.642.231,68	01.06.2016.	7,481857	870.594.771,89	116.360.787,42
04.04.2016.	7,524068	640.523.794,88	85.129.984,85	03.05.2016.	7,501943	408.165.535,66	54.407.976,13	02.06.2016.	7,481023	1.280.422.821,82	171.156.113,52
05.04.2016.	7,512484	669.009.675,55	89.053.058,29	04.05.2016.	7,508275	486.673.890,23	64.818.335,80	03.06.2016.	7,503685	1.428.429.090,14	190.363.680,00
06.04.2016.	7,506798	550.519.927,07	73.336.185,02	05.05.2016.	7,510548	706.846.638,96	94.113.856,80	06.06.2016.	7,498155	1.682.377.891,34	224.372.247,75
07.04.2016.	7,510309	634.833.304,21	84.528.253,66	06.05.2016.	7,505031	958.746.617,37	127.747.189,50	07.06.2016.	7,485474	1.754.802.177,94	234.427.663,22
08.04.2016.	7,505461	610.192.843,75	81.299.848,70	09.05.2016.	7,510307	1.242.263.846,45	165.407.865,01	08.06.2016.	7,498396	2.492.168.300,90	332.360.187,55
11.04.2016.	7,506317	655.584.319,32	87.337.680,96	10.05.2016.	7,500217	670.300.860,56	89.370.862,28	09.06.2016.	7,507642	2.752.253.571,75	366.593.608,45
12.04.2016.	7,497678	482.202.456,64	64.313.572,37	11.05.2016.	7,482019	525.350.009,58	70.215.006,08	10.06.2016.	7,530368	1.058.092.121,19	140.510.015,07
13.04.2016.	7,487454	730.531.531,75	97.567.415,01	12.05.2016.	7,485776	758.009.801,43	101.260.016,52	13.06.2016.	7,527537	1.013.039.555,52	134.577.824,79
14.04.2016.	7,481318	382.016.540,44	51.062.732,59	13.05.2016.	7,509703	750.242.543,75	99.903.091,21	14.06.2016.	7,529995	1.234.085.105,75	163.889.233,09
15.04.2016.	7,470125	181.384.575,28	24.281.330,67	16.05.2016.	7,506822	646.694.919,33	86.147.629,36	15.06.2016.	7,530962	1.042.161.964,58	138.383.644,03
18.04.2016.	7,474157	201.168.373,08	26.915.192,32	17.05.2016.	7,495182	671.374.016,41	89.574.077,91	16.06.2016.	7,522817	1.157.551.515,71	153.872.082,19
19.04.2016.	7,486682	184.884.507,59	24.695.119,63	18.05.2016.	7,490409	655.082.556,57	87.456.179,84	17.06.2016.	7,520517	1.252.716.487,15	166.573.187,34
20.04.2016.	7,495146	208.090.606,17	27.763.382,62	19.05.2016.	7,48954	574.254.881,51	76.674.252,56	20.06.2016.	7,522726	1.334.067.708,59	177.338.335,68
21.04.2016.	7,498011	346.102.434,24	46.159.232,66	20.05.2016.	7,483455	569.810.794,23	76.142.743,46	21.06.2016.	7,520353	1.349.303.821,82	179.420.277,46
22.04.2016.	7,500887	173.061.612,68	23.072.153,02	23.05.2016.	7,482817	518.124.724,12	69.241.934,44	23.06.2016.	7,51201	1.507.152.203,63	200.632.347,88
25.04.2016.	7,490845	180.038.709,96	24.034.499,44	24.05.2016.	7,484814	439.066.235,94	58.660.941,47	24.06.2016.	7,515901	1.573.755.892,68	209.390.183,92
26.04.2016.	7,483955	156.856.054,76	20.958.978,88	25.05.2016.	7,482699	909.449.737,41	121.540.334,23	27.06.2016.	7,516332	2.335.747.703,06	310.756.324,10
27.04.2016.	7,479185	228.936.641,00	30.609.837,97	27.05.2016.	7,489778	1.028.876.696,76	137.370.786,79	28.06.2016.	7,517055	2.083.659.139,37	277.190.886,51
28.04.2016.	7,477951	352.299.604,47	47.111.782,96	30.05.2016.	7,493729	1.308.346.900,69	174.592.235,81	29.06.2016.	7,514676	536.064.392,29	71.335.662,68
29.04.2016.	7,478364	206.489.909,63	27.611.642,02	31.05.2016.	7,487329	566.536.392,71	75.666.020,91	30.06.2016.	7,512737	616.434.298,91	82.051.893,86

Iz tablice je vidljivo da banke nisu dužne izračunavati niti dostavljati podatke o ukupnoj deviznoj poziciji za neradne dane i državne praznike i blagdane u Republici Hrvatskoj te za takve datume nema niti izračuna mjera rizika.

Radi jednostavnosti izračuna mjera rizika, učinjene su određene prilagodbe navedenih podataka. Ukupna devizna pozicija i pozicija u zlatu svedena je na valutu EUR, sukladno važećim srednjim tečajevima Hrvatske narodne banke za svaki pojedini datum kako bi se izračun izradio samo u jednoj valuti. Također, u izračun je uzeta apsolutna vrijednost izloženosti, neovisno je li ukupna otvorena devizna pozicija za određeni datum bila duga ili kratka. Referentni tečaj za izračun mjera rizika je srednji tečaj Hrvatske narodne banke sveden na 6 decimala.

## 7.2. PRIMJENA VALUE AT RISK METODE U VREDNOVANJU VALUTNOG RIZIKA

Prva metoda za izračun VaR-a je povijesna simulacija opisana u poglavlju 6.2.2.1. Podatci korišteni za izračun su srednji tečajevi Hrvatske narodne banke za valutu EUR (vidi [24]). U izračunu je korišteno 1000 povijesnih tečajeva iz razdoblja koje prethodi svakom promatranom datumu. Za svaki promatrani datum izračunat je prinos  $x_t$  po formuli

$$x_t = \frac{X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}}$$

gdje  $X_t$  predstavlja tečaj na datum  $t$ , a  $X_{t-1}$  predstavlja tečaj na datum  $t-1$ .

Zatim su svi dobiveni prinosi poredani po veličini (od najmanjeg do najvećeg) te je izračunat VaR kao 0,05-kvantil svih dobivenih vrijednosti. Obzirom da se iz 1000 podataka o povijesnim tečajevima izračuna 999 povrata, tada 5% VaR predstavlja točno vrijednost 50-tog povrata.

Dobivene vrijednosti VaR-a (koje predstavljaju najveći prihvatljivi dnevni prinos) množenjem sa iznosom ukupne dnevne otvorene pozicije i pozicije u zlatu u valuti EUR daju iznos najvećeg prihvatljivog dnevnog gubitka u HRK za određeni datum.

Primjer izračuna VaR-a za datum 30. lipnja 2016. godine opisanom metodom dan je u nastavku.

Na datum 30. lipnja 2016. godine ukupna dnevna otvorena pozicija i pozicija u zlatu iznosi 82.051.893,86 EUR. Iz podataka o izračunatim prinosima se iščitava da 50-i povrat iznosi -0,326143% što predstavlja 0,05-kvantil, odnosno 5% VaR.

$$VaR(x)_{0,05} = \frac{7,487454 - 7,497678}{7,497678}$$

$$VaR(x)_{0,05} = -0,136548\%$$

Množenjem dobivenog rezultata s iznosom ukupne dnevne otvorene pozicije i pozicije u zlatu dobiva se iznos gubitka.

$$VaR_{30.06.2016.} = 82.051.893,86 \text{ EUR} \times (-0,136548\%)$$

$$VaR_{30.06.2016.} = -112.040,56 \text{ HRK}$$

Dobiveni rezultat predstavlja 5% VaR, što znači da uz vjerojatnost od 95% najveći prihvatljivi dnevni gubitak na datum 30. lipnja 2016. godine iznosi 112.040,56 HRK.

Druga korištena metoda za izračun VaR-a također se temelji na gore opisanim povijesnim podacima uz pretpostavku da su podatci normalno distribuirani s poznatom sredinom  $\mu$  i varijancom  $\sigma^2$ .

$$x_t \sim N(\mu, \sigma^2)$$

VaR se u tom slučaju izračunava kao kvantil  $\Phi^{-1}(p)$  promatrane funkcije koji se uobičajeno obilježava sa  $z_p$ .

$$VaR(x) = \hat{\mu} + \hat{\sigma} \times z_p$$

Obzirom da se u primjeru izračunava 5% VaR, tada je:

$$p = 0,05$$

Iz statističkih tablica iščitava se da je:

$$z_{0,05} = -1,644854$$

Slijedom navedenog, 5% VaR se izračunava kao:

$$VaR(x)_{0,05} = \hat{\mu} - 1,644854\hat{\sigma}$$

U nastavku je dan primjer izračuna 5% VaR-a na datum 30. lipnja 2016. godine primjenom gore navedene metode.

Ako ukupna otvorena dnevna pozicija i pozicija u zlatu na datum 30. lipnja 2016. godine iznosi 82.051.893,86 EUR,  $\hat{\mu}$  izračunat iz prinosa povijesnih podataka iznosi -0,000012947, a  $\hat{\sigma}$  iznosi 0,00079233, tada je:

$$VaR(x)_{0,05} = 0,000012947 - 1,644854 \times 0,0007933$$

$$VaR(x)_{0,05} = -0,131621\%$$

$$VaR_{30.06.2016.} = 82.051.893,86 \text{ EUR} \times (-0,131621\%)$$

$$VaR_{30.06.2016.} = -107.997,58 \text{ HRK}$$

Dakle, uz vjerojatnost od 95% najveći prihvatljivi dnevni gubitak na datum 30. lipnja 2016. godine iznosi 107.997,58 HRK.

Treća primijenjena metoda za izračun VaR-a je Monte Carlo metoda opisana u poglavlju 6.2.2.3. Za Monte Carlo simulacije za svaki pojedini datum korišteno je 1000 iteracija slučajnih brojeva s uniformnom distribucijom dobivenih putem Excela koji predstavljaju tečajeve u valuti EUR.

$$X_t \sim U[7,1, 7,8]$$

Kao što je vidljivo iz definicije distribucije, slučajni brojevi kretali su se između vrijednosti 7,1 i 7,8. Navedene granice predstavljaju najmanji i najveći mogući tečaj u simulaciji a dobivene su promatranjem kretanja srednjeg tečaja Hrvatske narodne banke za valutu EUR u razdoblju od 10 godina (od 01. siječnja 2006. godine).

Nakon generiranja 1000 iteracija slučajnih brojeva za određeni datum koje predstavljaju tečajeve izračunati su prinosi te su poredani po veličini (od najmanjeg do najvećeg) kako bi se mogao izračunati VaR. VaR je izračunat kao 0,05-kvantil svih vrijednosti (što u ovom slučaju predstavlja točno 50-i povrat). Dobivene vrijednosti množenjem sa iznosom ukupne dnevne otvorene pozicije i pozicije u zlatu u valuti EUR daju iznos najvećeg prihvatljivog dnevnog gubitka u HRK za određeni datum.

Primjer izračuna VaR-a primjenom Monte Carlo metode za datum 30. lipnja 2016. godine dan je u nastavku.

Ukupna dnevna otvorena pozicija i pozicija u zlatu na datum 30. lipnja 2016. godine iznosi 82.051.893,86 EUR. Za promatrani datum generirano je 1000 iteracija sukladno ranije opisanim pravilima te je iz njih izračunato 999 prinosa koji su zatim poredani po veličini. Iz dobivenih se podataka iščitava da 50-i povrat iznosi -6,258435%, što predstavlja 5% VaR.

$$VaR(x)_{0,05} = \frac{7,213352 - 7,694935}{7,694935}$$

$$VaR(x)_{0,05} = -6,258435\%$$

$$VaR_{30.06.2016.} = 82.051.893,86 \text{ EUR} \times (-6,258435\%)$$

$$VaR_{30.06.2016.} = -5.135.164,44 \text{ HRK}$$

Rezultati pokazuju da, uz vjerojatnost od 95%, najveći prihvatljivi dnevni gubitak na datum 30. lipnja 2016. godine iznosi 5.135.164,44 HRK.

Usporedbom rezultata dobivenih primjenom tri gore navedene metode dolazi se do nekoliko zaključaka. Kako bi lakše proveli usporedbu promatranih metoda u tablici u nastavku dani su podatci o standardnoj devijaciji, aritmetičkoj sredini i medijanu svake pojedine metode.

Tablica 6: Rezultati izračuna VaR-a primjenom tri navedene metode

METODA	PARAMETAR	VRIJEDNOST
POVIJESNA SIMULACIJA	STANDARDNA DEVIJACIJA	1,69880E-06
	ARITMETIČKA SREDINA	-0,001364496
	MEDIAN	-0,001365076
NORMALNA DISTRIBUCIJA	STANDARDNA DEVIJACIJA	1,83877E-05
	ARITMETIČKA SREDINA	-0,001288485
	MEDIAN	-0,001285728
MONTE CARLO	STANDARDNA DEVIJACIJA	0,001587684
	ARITMETIČKA SREDINA	-0,062453114
	MEDIAN	-0,062468786

Obzirom da se povijesna simulacija i metoda koja pretpostavlja normalnu distribuciju temelje na identičnim podacima prvo će se napraviti usporedba rezultata te dvije metode. Promatranjem podataka za povijesnu simulaciju i metodu primjenom normalne distribucije uočava se da su vrijednosti aritmetičke sredine i medijana slične te se razlikuju tek u drugoj značajnoj znamenici pa se može zaključiti da obje metode daju podjednake rezultate. Također se uočava da su vrijednosti aritmetičke sredine i medijana za svaku pojedinu metodu gotovo jednake (razlikuju se tek u 4. značajnoj znamenici) što dovodi do zaključka da je distribucija podataka približno simetrična. Što se tiče vrijednosti standardne devijacije, rezultati povijesne simulacije su za jedan red veličine manji u odnosu na rezultate metode koja pretpostavlja normalnu razdiobu podataka što navodi na zaključak da je povijesna metoda nešto preciznija. Ipak, obzirom da se razlike očituju tek u 3. značajnoj znamenici (ako se, na primjer izračunava

pouzdan interval  $\hat{\mu} \mp 3\hat{\sigma}$ ) može se zaključiti da su obje metode podjednako precizne. Međutim, budući da je metoda koja pretpostavlja normalnu distribuciju jednostavnija za upotrebu obzirom da se VaR izračunava primjenom jednostavne formule tada se prednost može dati metodi koja pretpostavlja da su podaci normalno distribuirani.

Što se tiče Monte Carlo metode, rezultati značajno odudaraju od prve dvije metode jer su vrijednosti aritmetičke sredine i medijana za jedan red veličine veći dok je standardna devijacija veća za čak 3 reda veličine. Iz toga se može zaključiti da je Monte Carlo metoda manje precizna u odnosu na ostale dvije metode. Navedeno proizlazi iz pretpostavke uniformne razdiobe podataka, odnosno iz činjenice da su u promatranom razdoblju oscilacije stvarnih tečajeva relativno male te se kreću slično kao i promatrane povijesne vrijednosti, dok podaci korišteni u Monte Carlo metodi obuhvaćaju veći raspon jer su temeljeni na podacima u razdoblju od 10 godina kada su oscilacije tečaja bile značajnije. Međutim, ukoliko u budućnosti ponovno dođe do većih oscilacija tečaja tada bi Monte Carlo metoda mogla biti primjenjivija jer povijesni podaci ne moraju nužno obuhvatiti sve oscilacije tečaja obzirom da ovise o duljini razdoblja koje se promatra (ovisno koliko daleko u prošlosti se promatraju podaci).

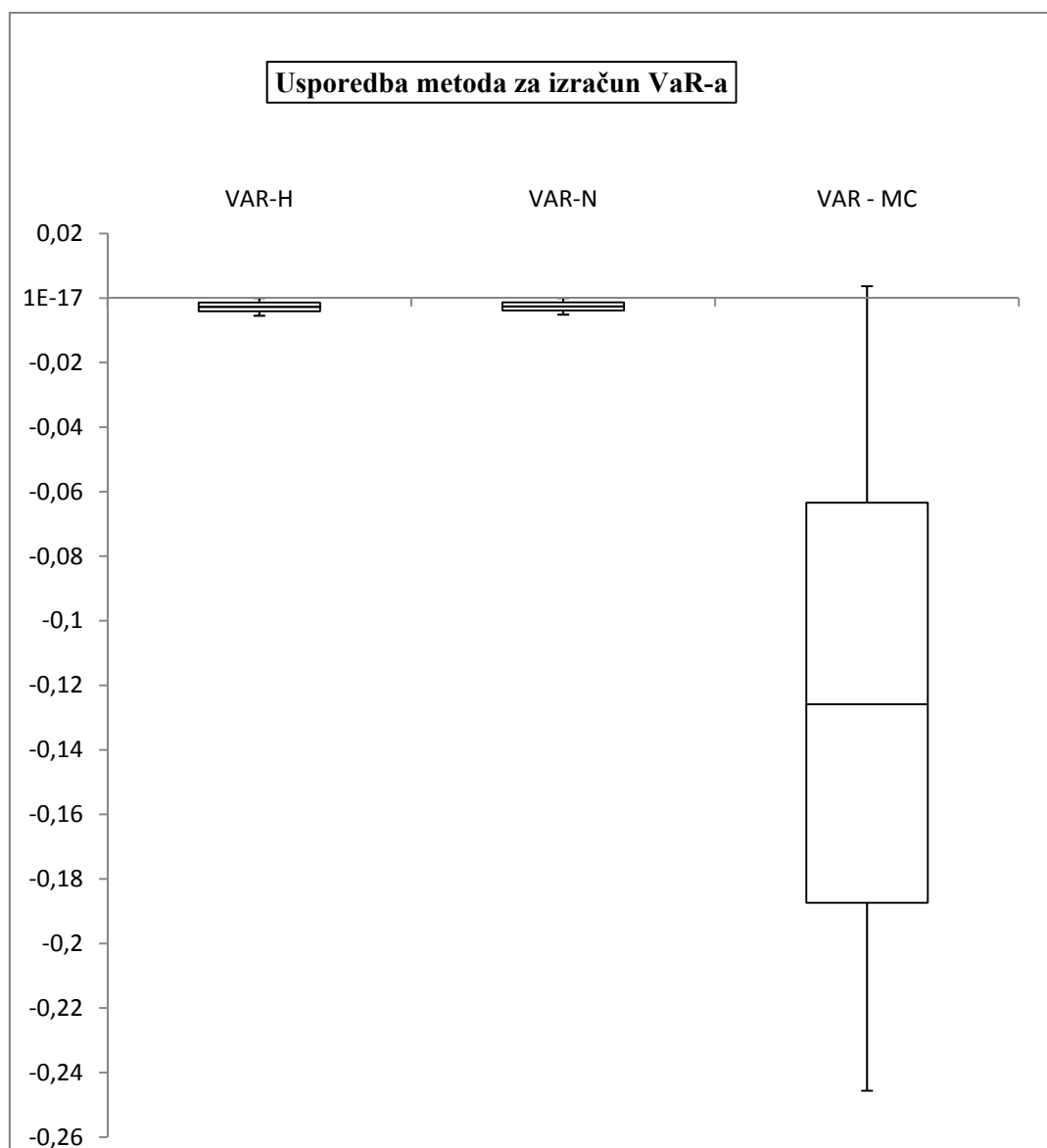
Navedeni zaključci mogu se jasno vidjeti ako se rezultati prikažu uz pomoć *Box-and-Whisker* dijagrama<sup>17</sup>.

---

<sup>17</sup> *Box-and-Whisker plot* (tzv. "brkata kutija") je grafikon koji se upotrebljava za slikovni prikaz distribucije skupa podataka. Predstavlja grafički prikaz medijana, kvartila i ekstremnih vrijednosti (minimuma i maksimuma) skupa podataka na brojevnoj crti. Često se upotrebljava umjesto histograma.



Slika 6: Usporedba rezultata izračuna VaR-a primjenom promatrane tri metode



Kao što je vidljivo iz grafa na slici 6 povijesna simulacija i metoda koja sadrži pretpostavku normalne razdiobe daju približno jednake rezultate jer su dijagrami gotovo jednake veličine te je vidljivo da su obje metode precizne jer su njihovi dijagrami jako kratki. Također je vidljivo da je Monte Carlo metoda manje precizna obzirom da je njezin dijagram znatno duži od ostala dva dijagrama.

### 7.3. PRIMJENA METODE OČEKIVANOG GUBITKA U VREDNOVANJU VALUTNOG RIZIKA

Ukoliko gubitak bude veći od izračunate vrijednosti VaR-a, ES metoda daje informaciju koliki će biti taj gubitak uz vjerojatnost od 5%. Stoga se za izračun vrijednosti ES-a upotrebljavaju podatci koji se nalaze u repu distribucije lijevo od izračunatog VaR-a. U ovom poglavlju provest će se usporedba rezultata izračuna ES-a primjenom već spomenute tri metode.

Kod povijesne simulacije i Monte carlo metode ES se izračunava kao aritmetička sredina vrijednosti koje se nalaze u repu distribucije. Primjeri izračuna ES-a primjenom navedene dvije metode dani su u nastavku.

Primjer izračuna vrijednosti ES-a primjenom povijesne simulacije odnosi se na 30. lipnja 2016. godine. Obzirom da VaR predstavlja 50-i prinos, u repu distribucije se nalazi 49 prinosa koji su prikazani u tablici.

Tablica 7: Vrijednosti prinosa u repu distribucije primjenom povijesne simulacije

REDNI BROJ	PRINOS	REDNI BROJ	PRINOS	REDNI BROJ	PRINOS	REDNI BROJ	PRINOS	REDNI BROJ	PRINOS
1	-0,003292044	11	-0,002062136	21	-0,001885958	31	-0,001624919	41	-0,001478459
2	-0,003269044	12	-0,002049693	22	-0,001861628	32	-0,001610054	42	-0,001471959
3	-0,002969625	13	-0,002043566	23	-0,001827719	33	-0,001583695	43	-0,001425775
4	-0,002854243	14	-0,002037512	24	-0,001781833	34	-0,001552998	44	-0,001421850
5	-0,002679343	15	-0,002014392	25	-0,001721564	35	-0,001550689	45	-0,001420970
6	-0,002432231	16	-0,002009496	26	-0,001701272	36	-0,001544527	46	-0,001410288
7	-0,002231978	17	-0,001987811	27	-0,001694081	37	-0,001541967	47	-0,001398027
8	-0,002167896	18	-0,001972212	28	-0,001676647	38	-0,00150391	48	-0,001377792
9	-0,002108986	19	-0,001944762	29	-0,001668339	39	-0,00149976	49	-0,001369771
10	-0,002075876	20	-0,001903906	30	-0,001628185	40	-0,001498369		

ES je izračunat kao aritmetička sredina podataka iz tablice i iznosi:

$$ES(x)_{0,05} = -0,187428\%$$

Ako je ukupna dnevna otvorena pozicija i pozicija u zlatu na promatrani datum 82.051.893,86 EUR tada je iznos najvećeg prihvatljivog dnevnog gubitka jednak:

$$ES_{30.06.2016.} = 82.051.893,86 \text{ EUR} \times (-0,187428\%)$$

$$ES_{30.06.2016.} = -153.788,28 \text{ HRK}$$

Primjer izračuna vrijednosti ES-a primjenom Monte Carlo metode također je prikazan za datum 30. lipnja 2016. godine. U repu distribucije nalazi se 49 prinosa prikazanih u tablici.

Tablica 8: Vrijednosti prinosa u repu distribucije primjenom Monte Carlo metode

REDNI BROJ	PRINOS	REDNI BROJ	PRINOS	REDNI BROJ	PRINOS	REDNI BROJ	PRINOS	REDNI BROJ	PRINOS
1	-0,084471056	11	-0,079450702	21	-0,075170051	31	-0,070020709	41	-0,064387577
2	-0,082820665	12	-0,078921531	22	-0,074245675	32	-0,069982391	42	-0,064361491
3	-0,081313896	13	-0,077645565	23	-0,074117133	33	-0,069569682	43	-0,064360309
4	-0,080602623	14	-0,077223952	24	-0,073849722	34	-0,068456429	44	-0,063933747
5	-0,08053615	15	-0,077143007	25	-0,073406497	35	-0,068127905	45	-0,063906606
6	-0,080472502	16	-0,076897001	26	-0,073059589	36	-0,06650025	46	-0,06385751
7	-0,080268237	17	-0,076495186	27	-0,072370927	37	-0,066006763	47	-0,063662316
8	-0,079908679	18	-0,075702705	28	-0,071340915	38	-0,065216272	48	-0,063421394
9	-0,07967373	19	-0,075382831	29	-0,07057496	39	-0,06507547	49	-0,062942453
10	-0,079572905	20	-0,075215624	30	-0,070114278	40	-0,0646159		

ES je izračunat kao aritmetička sredina podataka iz tablice i iznosi:

$$ES(x)_{0,05} = -7,257905\%$$

Množenjem s iznosom ukupne dnevne otvorene pozicije i pozicije u zlatu koja na promatrani datum iznosi 82.051.893,86 EUR dobiva se iznos najvećeg prihvatljivog dnevnog gubitka u HRK.

$$ES_{30.06.2016.} = 82.051.893,86 \text{ EUR} \times (-7,257905\%)$$

$$ES_{30.06.2016.} = -5.955.248,54 \text{ HRK}$$

Što se tiče metode koja pretpostavlja da su podatci normalno distribuirani s poznatom sredinom  $\mu$  i varijancom  $\sigma^2$ , ES se jednostavno izračunava pomoću sljedeće formule:

$$ES(x)_\alpha = \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{\alpha} \times \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \times e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{VaR - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right)^2}$$

Ako na datum 30. lipnja 2016. godine ukupna otvorena devizna pozicija i pozicija u zlatu iznosi 82.051.893,86 EUR,  $\alpha$  iznosi 0,05,  $\hat{\mu}$  izračunat iz podataka iznosi -0,000012947, a  $\hat{\sigma}$  iznosi 0,00079233, tada se ES izračunava na sljedeći način:

$$ES(x)_{0,05} = -0000012947 - \frac{0,00079233}{0,05} \times 0,39894 \times e^{-1,35277234}$$

$$ES(x)_{0,05} = -0,164729\%$$

$$ES_{30.06.2016.} = 82.051.893,86 \text{ EUR} \times (-0,164729\%)$$

$$ES_{30.06.2016.} = -135.163,33 \text{ HRK}$$

Kao i u slučaju izračuna VaR-a i za usporedbu ES-a izračunati su podatci o standardnoj devijaciji, aritmetičkoj sredini i medijanu svake pojedine metode koji su prikazani u narednoj tablici.

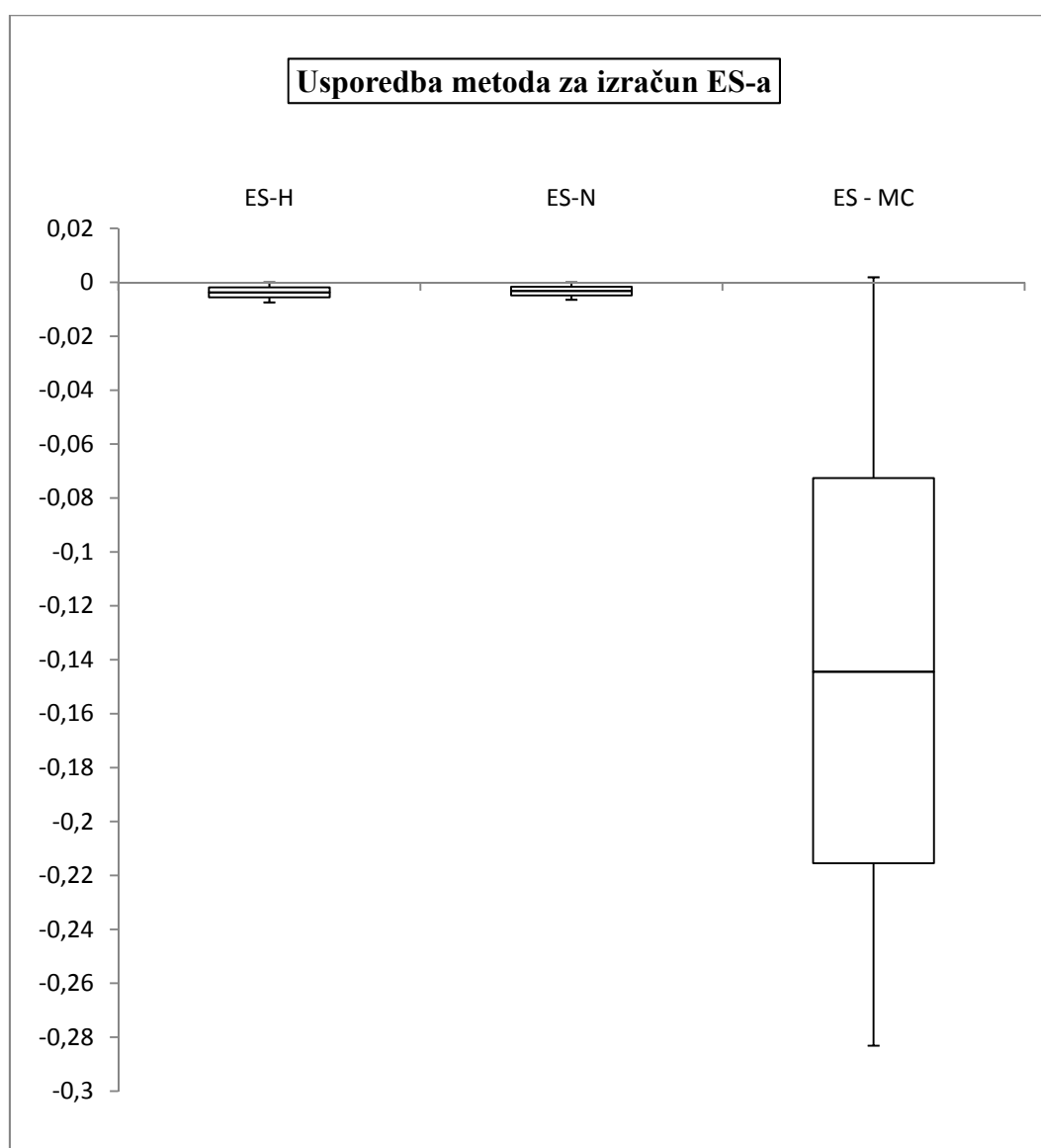
Tablica 9: Rezultati izračuna ES-a primjenom tri navedene metode

METODA	PARAMETAR	VRIJEDNOST
<b>POVIJESNA SIMULACIJA</b>	STANDARDNA DEVIJACIJA	1,33609E-05
	ARITMETIČKA SREDINA	-0,001863235
	MEDIAN	-0,001863740
<b>NORMALNA DISTRIBUCIJA</b>	STANDARDNA DEVIJACIJA	2,20634E-05
	ARITMETIČKA SREDINA	-0,001614393
	MEDIAN	-0,001612157
<b>MONTE CARLO</b>	STANDARDNA DEVIJACIJA	0,001373165
	ARITMETIČKA SREDINA	-0,071770743
	MEDIAN	-0,071869585

Zaključci koji proizlaze iz promatranih podataka za ES usporedivi su sa zaključcima usporedbe rezultata za VaR. Naime, i ovdje je vidljivo da povijesna simulacija i metoda koja pretpostavlja normalnu razdiobu podataka daju približno jednake rezultate jer se vrijednosti aritmetičke sredine i medijana razlikuju u drugoj značajnoj znamenici dok je vrijednost standardne devijacije dvostruko veća kod metode koja pretpostavlja normalnu razdiobu podataka, ali izračunom pouzdanih intervala uočava se da se razlike pojavljuju tek u 3. značajnoj znamenici. Slijedom navedenog može se zaključiti da su i u ovom slučaju obje metode podjednako precizne. Prednost se stoga opet može dati metodi koja sadrži

pretpostavku o normalnoj razdiobi podataka zbog jednostavnosti njenog izračuna. Rezultati Monte Carlo metode i u ovom slučaju značajno odudaraju od rezultata ostale dvije metode (vrijednosti parametara su za jedan red veličine veći) što ukazuje da je Monte Carlo metoda manje precizna. Svi navedeni zaključci mogu se i grafički potvrditi uz pomoć *Box-and-Whisker* dijagrama koji je prikazan na slici 7.

Slika 7: Usporedba rezultata izračuna ES-a primjenom promatrane tri metode



Iz grafikona su jasno vidljivi gore navedeni zaključci obzirom da su dijagrami povijesne simulacije i metode koja pretpostavlja normalnu razdiobu podataka gotovo jednaki i jako kratki pa se zaključuje da su obje metode dovoljno precizne. S druge strane jasno je vidljivo da je Monte Carlo metoda najmanje precizna jer je njezin dijagram najdulji što proizlazi iz pretpostavke uniformnosti, kao što je već ranije i objašnjeno u poglavlju 7.2.

#### 7.4. USPOREDBA REZULTATA VALUE AT RISK METODE I METODE OČEKIVANOG GUBITKA

Kako bi se usporedili rezultati VaR i ES metode te donijeli zaključci koja metoda je bolja, za svaki pojedini način izračuna rezultati će se usporediti primjenom *Bootstrap* metode (vidi pod [3]) i metode unakrsne validacije (vidi pod [13]).

##### 7.4.1. BOOTSTRAP METODA

U statistici, *bootstrapping* se može odnositi na bilo koji test ili mjerenje koji se oslanja na slučajno uzorkovanje sa ponavljanjem. *Bootstrapping* omogućuje povezivanje mjera preciznosti (definiranih kao pristranost, varijanca, intervali pouzdanosti, pogreške predviđanja i slično) s procijenjenim uzorkom. Ova tehnika omogućava procjenu distribucije uzorka bilo koje vrste primjenom metode slučajnog uzorkovanja.

Osnovna ideja *Bootstrap*<sup>18</sup> metode je ponovljeno uzorkovanje nezavisnih događaja (engleski *resampling*) kako bi se procijenili određeni statistički parametri. Ovakav pristup zapravo uključuje ponavljanje izvorne analize s puno skupova podataka generiranih iz početnog skupa.

---

<sup>18</sup> Metoda je dobila ime po frazi iz knjige "The surprising adventures of Baron Munchausen" iz 1785. godine: "to pull oneself up by one's own bootstraps".

U ovom slučaju *Bootstrap* metoda koristit će se kako bi se usporedili rezultati VaR i ES metode (za svaki od tri načina izračuna) te donio zaključak o varijabilnosti navedenih metoda.

Za usporedbu rezultata dobivenih primjenom povijesne simulacije te metode koja pretpostavlja normalnu distribuciju podataka početni skup podataka predstavlja 2000 povijesnih tečajeva (vidi [24]), dok za Monte Carlo metodu početni skup podataka predstavlja 2000 slučajno generiranih brojeva koji predstavljaju tečajeve u valuti EUR.

*Bootstrap* metoda provedena je na način da je iz početnog skupa podataka za svaki pojedini način izračuna generirano 999 uzoraka jednake veličine kao i početni skup. Svaki uzorak je dobiven uzimanjem podataka iz početnog skupa s ponavljanjem. Zatim je za svaki pojedini uzorak izračunat VaR i ES te su na temelju dobivenih rezultata formirani 95% pouzdani intervali te su izračunate vrijednosti standardne devijacije i aritmetičke sredine. Dobiveni podatci uspoređeni su s vrijednostima VaR-a i ES-a početnog skupa podataka kako bi se mogli donijeti zaključci. Rezultati *bootstrappinga* za sva tri načina izračuna VaR-a i ES-a dani su u sljedećoj tablici.

Tablica 10: Rezultati *bootstrappinga* za sva tri načina izračuna VaR-a i ES-a

PARAMETAR	POVIJESNA SIMULACIJA		NORMALNA DISTRIBUCIJA		MONTE CARLO	
	VAR	ES	VAR	ES	VAR	ES
STANDARDNA DEVIJACIJA	0,0009682757	0,0012780683	0,0003574208	0,0004488399	0,0013830811	0,0012210507
ARITMETIČKA SREDINA	-0,0211738268	-0,0256471401	-0,0214018941	-0,0268604414	-0,0626584811	-0,0716141437
RELATIVNA STANDARDNA DEVIJACIJA	0,0457298405	0,0498327789	0,0167004293	0,0167100728	0,0220733263	0,0170504127
1. KVARTIL	-0,0221613147	-0,0268228469	-0,0221723905	-0,0278273364	-0,0652616728	-0,0740304630
3. KVARTIL	-0,0202907154	-0,0246592972	-0,0207073169	-0,0259892446	-0,0596019663	-0,0693889532
DULJINA INTERVALA	0,0018705993	0,0021635497	0,0014650735	0,0018380918	0,0056597065	0,0046415098
RELATIVNA DULJINA INTERVALA	0,0883448858	0,0843583227	0,0684553211	0,0684311850	0,0903262635	0,0648127533
VAR/ES POČETNOG SKUPA <sup>19</sup>	-0,0213024193	-0,0256877671	-0,0219891710	-0,0276032478	-0,0612520078	-0,0703296581

<sup>19</sup> Vrijednosti izračunatih VaR-a i ES-a iz početnog skupa podataka od 2000 tečajeva na temelju kojih je provedena *Bootstrap* metoda i metoda unakrsne validacije.



Iz tablice se vidi da su kod svih metoda rezultati početnog skupa podataka unutar pouzdanih intervala dobivenih *bootstrappingom* (Q1 i Q3 predstavljaju granice pouzdanih intervala) što znači da je *bootstrapping* adekvatno proveden.

Što se tiče rezultata povijesne simulacije, vidljivo je da su pouzdani intervali za VaR i ES podjednaki jer se vrijednost relativne duljine intervala razlikuje u drugoj značajnoj znamenici. Iako je standardna devijacija VaR-a za jedan red veličine manja u odnosu na ES, promatranjem relativne standardne devijacije uočava se da se vrijednosti razlikuju tek u drugoj značajnoj znamenici. Sve navedeno dovodi do zaključka da su VaR i ES podjednako varijabilne metode. Obzirom da ES metoda, za razliku od VaR-a, predstavlja koherentnu mjeru rizika iz tog razloga se prednost daje ES metodi.

Jednak zaključak može se donijeti promatranjem rezultata kod metode koja pretpostavlja normalnu razdiobu podataka. Ovdje su također obje metode podjednako stabilne, obzirom da se relativna standardna devijacija i relativna duljina intervala razlikuju tek u četvrtoj značajnoj znamenici.

U slučaju Monte Carlo metode rezultati pokazuju da je ES metoda stabilnija jer je relativna standardna devijacija VaR-a skoro dvostruko veća od standardne devijacije ES-a, dok je relativna duljina intervala ES-a nešto manja u odnosu na relativnu duljinu intervala VaR-a.

#### 7.4.2. METODA UNAKRSNE VALIDACIJE

Metoda unakrsne validacije također predstavlja metodu slučajnog uzorkovanja ali bez ponavljanja te daje odgovor o preciznosti pojedinog modela. Ideja metode je da se početni promatrani skup podataka slučajnim odabirom podijeli na dva dijela. Podatci se ne smiju preklapati niti ponavljati. Jedan dio podataka predstavlja "testni skup" (engleski: *test set*) a ostatak podataka predstavlja "skup za učenje" (engleski: *training set*). Prvo se na podacima iz "skupa za učenje" provede modeliranje, a potom sa na "testnom skupu" taj model testira kako

bi se utvrdila veličina greške koja daje odgovor o preciznosti testiranog modela. Navedena metoda se također može koristiti i za usporedbu različitih modela kako bi se utvrdilo koji model je precizniji.

Metoda unakrsne validacije korištena je stoga i za potrebe određivanja preciznosti VaR i ES modela za svaki pojedini način izračuna.

Za potrebe povijesne simulacije i metode koja pretpostavlja normalnu razdiobu podataka unakrsna validacija provedena je na 2000 povijesnih tečajeva. Podatci svakog uzorka podijeljeni su na pola stoga i "testni skup" i "skup za učenje" sadrže 1000 podataka.

Kod Monte Carlo metode generirano je 2000 slučajnih brojeva koji predstavljaju tečajeve te su podatci svakog uzorka podijeljeni u 2 jednaka skupa od 1000 podataka.

U sva tri slučaja metoda unakrsne validacije ponovljena je 100 puta pri čemu su za svaki uzorak "testni skup" i "skup za učenje" generirani iz početnog skupa podataka slučajnim uzorkovanjem bez ponavljanja. Zatim su za svaki "skup za učenje" izračunate vrijednosti VaR-a i ES-a. Za VaR model je tada provedeno testiranje koliko vrijednosti iz "testnog skupa" je manje ili jednako izračunatoj vrijednosti VaR-a. Vrijednost izračunatog ES-a je testirana izračunavanjem relativne razlike između vrijednosti ES-a "testnog skupa" i "skupa za učenje".

Rezultati provedene unakrsne validacije za sva tri načina izračuna dani su u tablicama u nastavku.

,

Tablica 11: Usporedba rezultata unakrsne validacije za sva tri načina izračuna VaR-a

METODA	PARAMETAR	$\%(x \leq VaR)^{20}$	$VaRu^{21}$	$VaRt^{22}$
POVIJESNA SIMULACIJA	STANDARDNA DEVIJACIJA	0,388578%	0,027880%	0,019719%
	ARITMETIČKA SREDINA	4,800801%	-2,095522%	-2,081762%
NORMALNA DISTRIBUCIJA	STANDARDNA DEVIJACIJA	0,359476%	0,022535%	0,019020%
	ARITMETIČKA SREDINA	4,299299%	-2,155022%	-2,023933%
MONTE CARLO	STANDARDNA DEVIJACIJA	1,532076%	0,121986%	0,251035%
	ARITMETIČKA SREDINA	5,736737%	-6,083391%	-6,260097%

Tablica 12: Usporedba rezultata unakrsne validacije za sva tri načina izračuna ES-a

METODA	PARAMETAR	RELATIVNA POGREŠKA ES	$ESu^{23}$	$ESt^{24}$
POVIJESNA SIMULACIJA	SREDNJA KVADRATNA RELATIVNA POGREŠKA	0,026808613		
	ARITMETIČKA SREDINA	0,023258345	-0,025256185	-0,025840822
	STANDARDNA DEVIJACIJA		0,000234327	0,000160907
NORMALNA DISTRIBUCIJA	SREDNJA KVADRATNA RELATIVNA POGREŠKA	0,070158295		
	ARITMETIČKA SREDINA	-0,068158895	-0,027152839	-0,025297889
	STANDARDNA DEVIJACIJA		0,000284068	0,000239564
MONTE CARLO	SREDNJA KVADRATNA RELATIVNA POGREŠKA	0,037807822		
	ARITMETIČKA SREDINA	0,002182379	-0,070567549	-0,070706021
	STANDARDNA DEVIJACIJA		0,000615575	0,002290414

<sup>20</sup>  $\%(x \leq VaR)$  predstavlja postotak vrijednosti iz "testnog skupa" koje su manje ili jednake vrijednosti  $VaRu$ .

<sup>21</sup>  $VaR$  "skupa za učenje"

<sup>22</sup>  $VaR$  "testnog skupa"

<sup>23</sup>  $ES$  "skupa za učenje"

<sup>24</sup>  $ES$  "testnog skupa"

Analizirajući rezultate dobivene u primjeru izvodi se nekoliko zaključaka.

Kao prvo, promatranjem vrijednosti aritmetičke sredine VaR-a svake pojedine metode uočava se da su rezultati vrlo blizu vrijednosti od 5% što pokazuje da su svi modeli dobro provedeni i daju dobre rezultate obzirom da su navedene vrijednosti jako blizu vjerojatnosti koja se izračunava u primjeru (5% VaR).

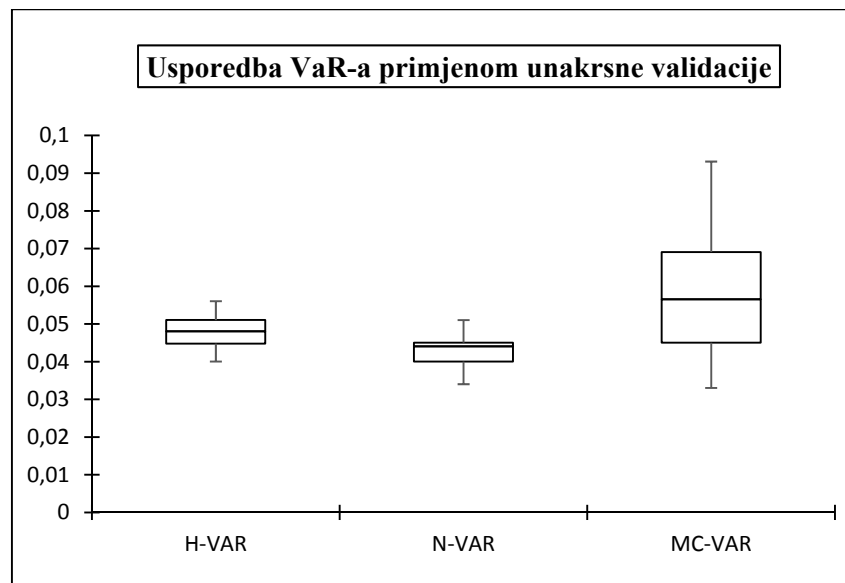
Nadalje, promatranjem vrijednosti srednje kvadratne relativne pogreške koja ukazuje na točnost modela, uočava se da su svi rezultati blizu nule, što dokazuje točnost korištenih modela.

Osim toga, promatranjem vrijednosti parametara "skupa za učenje" i "testnog skupa" i za VaR i za ES metodu uočava se da su rezultati podjednaki stoga se može zaključiti da je unakrsna validacija adekvatno provedena. navedeni zaključak potvrđuje i usporedba promatranih parametara s vrijednostima standardne devijacije i aritmetičke sredine početnog skupa podataka koji su prikazani u tablici 10 prethodnog poglavlja.

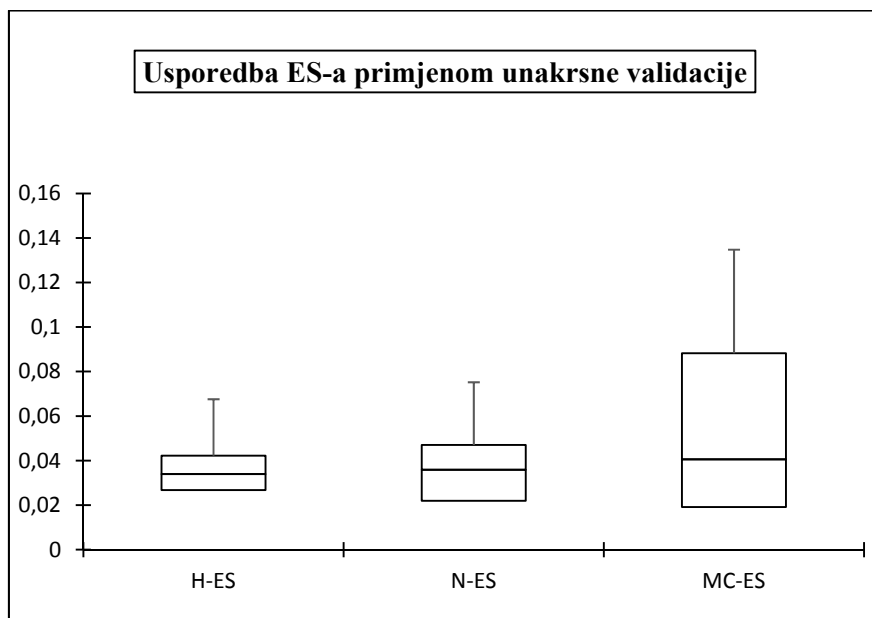
Također je vidljivo da i povijesna simulacija i metoda koja pretpostavlja normalnu razdiobu daju slične rezultate i za VaR i za ES što potvrđuje zaključak da se zbog jednostavnosti izračuna prednost daje metodi koja sadrži pretpostavku o normalnoj razdiobi podataka. Rezultati također potvrđuju zaključak da Monte Carlo metoda zbog pretpostavke o uniformnoj razdiobi podataka daje manje precizne rezultate.

Navedeni zaključci jasno su vidljivi iz *Box-and-Whisker* dijagrama na slici 8 i slici 9.

Slika 8: Usporedba rezultata unakrsne validacije za VaR<sup>25</sup>



Slika 9: Usporedba rezultata unakrsne validacije za ES<sup>26</sup>



<sup>25</sup> *Box-and-Whisker* dijagrami za svaku metodu predstavljaju prikaz rezultata unakrsne validacije dobivenih brojanjem koliko vrijednosti povrata iz "testnog skupa" je manje ili jednako vrijednosti VaR-a iz "skupa za učenje".

<sup>26</sup> *Box-and-Whisker* dijagrami za svaku metodu prikazuju rezultate unakrsne validacije koji predstavljaju apsolutnu vrijednost relativne razlike ES-a "testnog skupa" i ES-a "skupa za učenje".

Iz grafikona je vidljivo da povijesna simulacija i metoda koja pretpostavlja normalnu razdiobu podataka daju rezultate podjednako zadovoljavajuće preciznosti za obje promatrane mjere rizika dok rezultati Monte Carlo metode značajno odstupaju od rezultata ostale dvije metode.

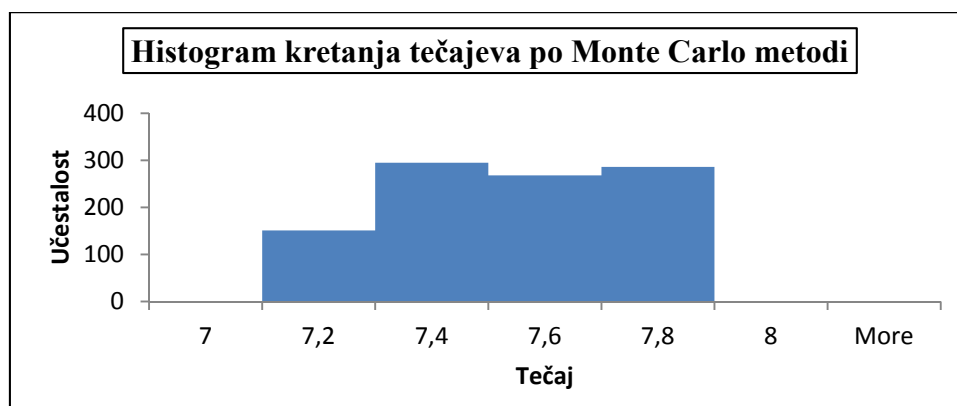
Promatrajući sve dobivene rezultate može se reći da su i VaR i ES podjednako stabilne metode. Stoga se može zaključiti da je ES metoda dovoljno stabilna i precizna za izračun rizika uslijed promjene tečaja, tim više što u prilog ES metodi ide njezino svojstvo koherentnosti koje VaR metoda ne posjeduje.

Također, može se zaključiti da povijesna simulacija i metoda koja pretpostavlja normalnu razdiobu podataka daju podjednako dobre rezultate pri čemu se prednost može dati metodi koja sadrži pretpostavku normalne razdiobe zbog jednostavnosti njenog izračuna. Time se također potvrđuje da je pretpostavka o normalnoj razdiobi podataka u slučaju kretanja valutnih tečajeva ispravna.

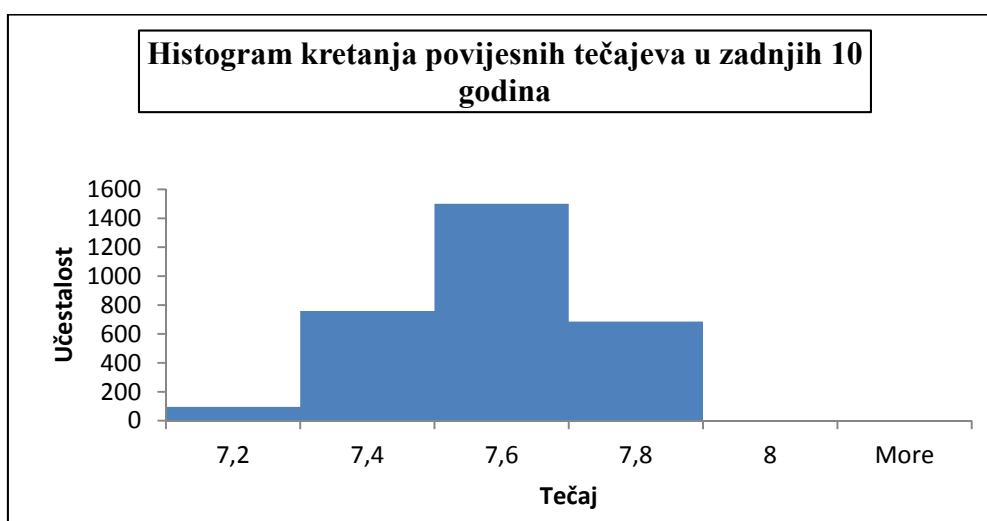
Dodatno, potrebno je napomenuti da se rezultati navedene dvije metode značajno razlikuju ovisno o obujmu korištenih podataka. Naime, ako se usporede rezultati iz poglavlja 7.2. i 7.3. (gdje su izračuni primijenjeni na 1000 povijesnih tečajeva) sa rezultatima *bootstrappinga* i unakrsne validacije iz poglavlja 7.4. (gdje je u izračunima korišteno 2000 povijesnih tečajeva) jasno je vidljivo da su vrijednosti dobivene upotrebom manjeg broja podataka značajno niže u odnosu na rezultate za dulje razdoblje. Navedeno dovodi do zaključka da podatci iz dalje prošlosti značajno osciliraju u odnosu na trenutne tečajeve te se može zaključiti da podatci iz dalje prošlosti ne odražavaju adekvatno kretanje tečajeva u sadašnjosti te pridonose smanjenju preciznosti i stabilnosti rezultata. Treba naglasiti da svi podatci korišteni u izračunima imaju jednaku težinu i vjerojatnost pojavljivanja pa bi se navedeni problem mogao riješiti ponderiranjem podataka tako da podatci iz bliže prošlosti imaju veću težinu u odnosu na podatke iz dalje prošlosti. Navedeno bi ipak trebalo potvrditi daljnjim istraživanjima, ali se može konstatirati da prilikom odabira podataka za analizu svakako treba voditi računa o vremenskom horizontu koji se primjenjuje i težini svakog pojedinog podatka.

S druge strane, rezultati Monte Carlo metode pokazali su da pretpostavka o uniformnoj razdiobi podataka (koja se često upotrebljava u izračunima Monte Carlo metode) u ovom slučaju nije adekvatna. Pretpostavka o uniformnoj razdiobi tečajeva dovodi do znatno većih oscilacija u vrijednostima nego što je bilo stvarno kretanje tečajeva u promatranom razdoblju što je utjecalo na manju preciznost i stabilnost metode. Navedeno se može iščitati iz usporedbe histograma podataka koji su korišteni u izračunima (uniformno distribuirani) i stvarne empirijske distribucije valutnih tečajeva u posljednjih 10 godina.

Slika 10: Histogram podataka korištenih u izračunima po Monte Carlo metodi



Slika 11: Histogram kretanja povijesnih valutnih tečajeva u zadnjih 10 godina



Iz grafikona na slici 10 i slici 11 jasno je vidljivo da se stvarno kretanje tečajeva znatno razlikuje od uniformno raspodijeljenih vrijednosti te se može zaključiti da bi vjerojatno bilo bolje u izračunima Monte Carlo metode upotrijebiti empirijsku distribuciju podataka. Ipak, navedeno bi trebalo potvrditi daljnjim istraživanjem.

## 8. ZAKLJUČAK

Valutni rizik je svakodnevno prisutan u poslovanju svih banaka u Republici Hrvatskoj stoga banke izračunavaju visinu rizika kako bi kvalitetno upravljale svojim pozicijama. Pored toga i zakonski okvir ih obvezuje da na dnevnoj bazi izračunavaju valutni rizik te podatke dostavljaju Hrvatskoj narodnoj banci kao nadzornom tijelu.

Međutim, kako je zakonom propisana metoda dosta konzervativna te ne obuhvaća sve aspekte rizika adekvatno, banke za svoje interne potrebe upravljanja valutnim rizikom često koriste sofisticiranije metode izračuna kako bi imale što preciznije podatke. Mnoge banke u Republici Hrvatskoj upotrebljavaju upravo VaR metodu za izračun valutnog rizika.

Istraživanje provedeno za potrebe ovog rada pokazalo je da VaR i ES metoda daju rezultate podjednako zadovoljavajuće preciznosti i stabilnosti. Ipak, obzirom da je ES metoda koherentna mjera rizika, za razliku od VaR metode, prednost se može dati ES metodi.

Što se tiče načina izračuna, istraživanje je pokazalo da su povijesna simulacija i metoda koja pretpostavlja normalnu razdiobu podataka podjednako stabilne i precizne metode za izračun valutnog rizika dok je Monte Carlo metoda manje precizna i stabilna zbog pretpostavke o uniformnoj razdiobi podataka. Naime, stvarno kretanje tečajeva znatno se razlikuje od uniformno raspodijeljenih vrijednosti te bi vjerojatno bilo bolje u izračunima Monte Carlo metode upotrijebiti empirijsku distribuciju podataka, što bi trebalo potvrditi daljnjim istraživanjem.

Također treba naglasiti da prilikom odabira povijesnih podataka za analizu treba voditi računa o vremenskom horizontu koji se primjenjuje i težini svakog pojedinog podatka obzirom da je istraživanje pokazalo značajne razlike u rezultatima ovisno o duljini primijenjenog vremenskog razdoblja.



Na kraju ipak treba napomenuti da je globalna financijska kriza koja je uvelike utjecala na poslovanje svih banaka u svijetu, pa tako i u Republici Hrvatskoj, imala za posljedicu značajno smanjenje ulaganja u visoko rizične valutne derivativne instrumente. Obzirom da banke zbog toga trenutno imaju relativno malu i stabilnu izloženost valutnom riziku, postavlja se pitanje imaju li potrebu ulagati dodatna sredstva i razvijati ES metodu kada rezultati pokazuju da je trenutno VaR dovoljno dobra metoda za izračun valutnog rizika banaka u Republici Hrvatskoj.

Ipak se može zaključiti da, ukoliko se u budućnosti poveća trgovanje visoko rizičnim instrumentima koji će banke izložiti značajnom valutnom riziku, ES metoda može biti dobar odabir za kvalitetno upravljanje valutnim rizikom i dostojna nadogradnja VaR metode.

## 9. LITERATURA

1. Artzner P., Delbaen F., Eber J., Heath D.: "Coherent Measures of Risk", stručni članak, 1998.
2. Barone-Adesi G., Giannopoulos K., Vosper L.: "Filtering Historical Simulation. Backtest Analysis", radni materijal, 2000.
3. Davison, A.C., Hinkley, D.V. : "Bootstrap methods and their applications", New York: Cambridge University Press, 1997.
4. Delbaen F.: "Coherent Measures of Risk", stručni članak, 2000.
5. Embrechts P., Kluppelberg C., Mikosch T.: "Modelling Extremal Events for Insurance and Finance", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003.
6. Hull J.C.: "Options, Futures and Other Derivatives", 3rd edition, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1997.
7. Kernler D.: "A visual representation of the Empirical Rule based on the normal distribution", stručni članak, 2010.
8. Kidd D.: "Value at Risk and Conditional Value at Risk: A Comparison", CFA Institute, 2012.
9. Marrison C.: "The Fundamentals of Risk Measurement", stručni članak, 2002.
10. Meyers G.: "Coherent Measures of Risk", stručni članak, 2000.
11. Mikulčić D.: "Value at Risk (Rizičnost vrijednosti) Teorija i primjena na međunarodni portfelj instrumenata s fiksnim prihodom", Hrvatska narodna banka, 2001.
12. RiskMetrics – Technical Document, J.P.Morgan/Reuters, Fourth Edition, 1996.
13. Stone, M.: "Cross-Validatory Choice and Assessment of Statistical Predictions", J R Stat Soc Ser B Methodol 36: 111–147. doi:10.2307/2984809, 1974.
14. Šverko I.: "Moguća primjena povijesne metode rizične vrijednosti pri upravljanju rizicima financijskih institucija u RH", stručni članak, 2001.
15. Yamai, Yosuihiro, Toshinao Yoshiba: "Comparative Analyses of Expected Shortfall and Value at Risk", Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan, 2002.
16. HANFA: "Smjernice za identificiranje, mjerenje i praćenje rizika kojima je u svom poslovanju izloženo društvo za osiguranje odnosno društvo za reosiguranje", 2009.
17. Uredba (EU) 575/2013
18. Directive 2009/138/EC

19. Directive 2013/36/EU
20. Zakon o osiguranju (Narodne novine broj 151/05, 87/08, 82/09, 54/13 i 30/15)
21. Zakon o kreditnim institucijama (Narodne novine broj 117/08, 74/09, 153/09, 108/12, 54/13, 159/13, 19/15 i 102/15)
22. Odluka o upravljanju rizicima (Narodne novine broj 1/15)
23. Odluka o izvješćivanju o izloženosti kreditnih institucija valutnom riziku (Narodne novine broj 66/14)
24. [www.hnb.hr](http://www.hnb.hr), Srednji tečajevi Hrvatske narodne banke za valutu EUR, 2. prosinca 2016. godine

## 10. SAŽETAK

Rizik se može definirati kao izloženost nesigurnosti te mogućnost ostvarivanja gubitka zbog negativnog odstupanja od očekivanog ishoda. Izloženost u kontekstu osiguranja i bankarstva proizlazi iz svake transakcije ili poslovne odluke koja sadrži neizvjesnost rezultata poslovanja. Institucija preuzimanje rizika prepoznaje kao potencijalni instrument za generiranje prihoda, pri čemu sveukupni rizici ne smiju ugroziti njenu egzistenciju. Tržišni rizici definiraju se kao potencijalni gubici koje vanjski utjecaji imaju na vrijednost aktive, pasive i izvanbilančne pozicije institucije, a uzrokuju ga promjene cijena, odnosno negativna kretanja na financijskim tržištima. Analogno tome, valutni rizik definira se kao rizik gubitka koji proizlazi iz promjene tečaja valute i/ili promjene cijene zlata.

Preuzimanjem rizika nužno je uspostaviti i adekvatan sustav daljnjeg upravljanja rizicima koji uključuje kvantitativne i kvalitativne pristupe za upravljanje i kontrolu rizika. Mnoge financijske institucije koriste se različitim statističkim metodama za upravljanje i kontrolu rizika. Najčešća metoda koju financijske institucije danas upotrebljavaju u svrhu upravljanja tržišnim rizicima je Value at Risk metoda. VaR koncept razvio se krajem 80-ih godina prošlog stoljeća nakon velikog pada burze 1987. godine. To je bila prva velika financijska kriza koju standardni statistički modeli nisu mogli predvidjeti te je dovela u pitanje temeljne postavke dotadašnjeg sustava upravljanja rizicima što je rezultiralo razvojem novih statističkih metoda koje bi adekvatno kvantificirale moguće gubitke u budućnosti. Iako je VaR metodologija prvenstveno bila razvijena za upravljanje tržišnim rizicima danas se primjenjuje i u integriranom pristupu vrednovanja kreditnog i tržišnog rizika zajedno, a u novije vrijeme nalazi svoju primjenu i u upravljanju drugim vrstama rizika kao što su rizik likvidnosti i operativni rizik.

VaR metodom izračunava se očekivani maksimalni dozvoljeni gubitak tijekom određenog vremenskog razdoblja unutar statistički definiranog područja prihvaćanja (određene vjerojatnosti). Razvojem VaR sustava mjerenja rizika jasno su se diverzificirala tri glavna načina mjerenja VaR-a: povijesna simulacija, metoda varijance/kovarijance i Monte Carlo simulacija.

Povijesna simulacija predstavlja neparametarsku metodu procjene VaR-a kojom se uz pomoć podataka iz nedavne prošlosti prognozira rizik u bliskoj budućnosti. Izračun VaR-a metodom varijance/kovarijance temelji se na pretpostavci da distribucija povrata odgovara nekoj od teorijskih distribucija, kao što je primjerice normalna distribucija pri čemu metoda uzima u obzir i korelacije između instrumenata ulaganja. Primjenom ove pretpostavke VaR za tržišni rizik izračunava se na temelju dva osnovna parametra: srednje vrijednosti dobitaka/gubitaka (ili stope povrata) promatranog portfelja te standardne devijacije promatranih podataka. Monte Carlo simulacija vrlo je slična metodi povijesne simulacije, s tom razlikom što se hipotetične promjene tržišnih faktora ne ostvaruju na temelju prošlih opaženih promjena tržišnih faktora, već se nasumično uzimaju iz statističke distribucije koja na adekvatan način predstavlja aktualna statistička svojstva promjena tržišnih faktora.

Iako su VaR metode vrlo popularne i široko primjenjive, spočitavaju im se određeni nedostaci, prije svega nezadovoljavanje uvjeta subaditivnosti te činjenica da VaR metoda zanemaruje velike, potencijalno i katastrofalne gubitke u repu distribucije. Stoga su mnogi investitori, pa tako i banke počeli upotrebljavati novu mjeru rizika nazvanu Expected Shortfall metoda. ES metoda je dizajnirana za mjerenje rizika od ekstremnih gubitaka i predstavlja svojevrsnu nadogradnju VaR metodologije jer izračunava ukupni iznos gubitaka kada se štetni događaj dogodi i gubitak bude veći od izračunatog VaR-a. Za razliku od VaR-a, ES metoda kvantificira rizik u repu distribucije te zadovoljava uvjet subaditivnosti.

Primjena VaR i ES metode u vrednovanju valutnog rizika svih banaka u Republici Hrvatskoj pokazala je da VaR i ES metoda daju rezultate podjednako zadovoljavajuće preciznosti i stabilnosti, ali zbog svojstva subaditivnosti prednost se daje ES metodi. Također, istraživanje je pokazalo da su povijesna simulacija i metoda koja pretpostavlja normalnu razdiobu podataka podjednako stabilne i precizne, dok je Monte Carlo metoda zbog pretpostavke o uniformnoj razdiobi podataka manje stabilna i precizna metoda.

Međutim, slijedom globalne financijske krize, tržište u Republici Hrvatskoj više nije toliko duboko razvijeno te se postavlja pitanje jesu li troškovi razvijanja ES metode za izračun valutnog rizika banaka isplativi.

## 11. SUMMARY

Risk can be defined as exposure to the uncertainty and the possibility of incurring losses due to negative deviations from expected outcomes. The exposure in the context of insurance and banking arises from any transaction or business decisions containing uncertainty of results of operations. Institution recognizes risk taking as a potential instrument for generating revenue, with overall risks not endangering its existence. Market risks are defined as potential losses that external variables have on the assets, liabilities and off-balance sheet positions of the institutions, which are caused by price or negative developments in the financial markets. Similarly, foreign exchange risk is defined as the risk of loss arising from changes in currency exchange rate and / or changes in gold prices.

When taking risk it is necessary to establish an adequate system of further risk management which includes both quantitative and qualitative approaches to manage and control risk. Many financial institutions use various statistical methods to manage and control risk. The most common method for managing market risk used by financial institutions today is the Value at Risk method. VaR concept developed in the late 80s of the last century after the great stock market crash in 1987. This was the first great financial crisis that standard statistical models could not predict and questioned the basic tenets of the previous risk management system which resulted in the development of new statistical methods that adequately quantify possible losses in the future. Although VaR methodology was developed primarily for managing market risks today is applied on the integrated approach in measuring credit and market risks together, and more recently on other types of risk such as liquidity and operational risk.

VaR method calculates the expected maximum permissible loss over a period of time within the statistically defined acceptance areas (certain probability). The development of VaR risk-measurement system clearly diversified three main methods of measuring VaR: historical simulation, variance / covariance method and Monte Carlo simulation.

The historical simulation represents a nonparametric method of VaR estimation which predicts the risk in the near future using data from the recent past. Variance / covariance method of VaR calculation is based on the assumption that the distribution corresponds to a return of the theoretical distribution, such as the normal distribution taking into account the correlation between investment instruments. Applying these assumptions market risk VaR is calculated based on two basic parameters: the mean gains / losses (or rate of return) of the observed portfolio and standard deviation of the observed data. Monte Carlo simulation is very similar to the historical simulation, with the distinction that hypothetical changes in market factors are not exercised on the basis of past observed changes in market factors, but is randomly taken from the statistical distribution that adequately represents the actual statistical properties of changes in market factors.

Although VaR methods are very popular and widely applicable, they carry certain deficiencies, primarily failure to satisfy the condition of subadditivity and the fact that VaR method ignores large, potentially catastrophic losses in the tail of the distribution. Therefore, many investors, including banks started using a new measure of risk called Expected shortfall method. ES method is designed to measure the risk of extreme losses and represents a kind of upgrade of VaR methodology because it calculates the total amount of losses when an adverse event occurs and the loss is greater than the calculated VaR. Unlike VaR, ES method quantifies the risk in the tail of the distribution and satisfies the condition of subadditivity.

The use of VaR and ES methods in the evaluation of foreign exchange risk of all banks in the Republic of Croatia has shown that both, VaR and ES method give results with equally satisfactory precision and stability, but due to the condition of subadditivity, priority is given to ES method. Also, research has shown that historical simulation and method that assumes a normal distribution of data are both equally stable and precise, while Monte Carlo method is less stable and precise due to the assumption of a uniform distribution of data.

However, following the global financial crisis, the market in the Republic of Croatia is no longer so deeply developed and the question is whether the costs of developing such method for managing foreign exchange risk of banks are profitable.

## **12. BIOGRAFIJA**

Martina Samac rođena je 10. ožujka 1981. godine u Vinkovcima. Osnovnu školu i Prirodoslovno-matematičku Gimnaziju završila je u Vinkovcima. 2004. godine diplomirala je na Ekonomskom fakultetu u Zagrebu na smjeru Financije. 2006. godine upisala je postdiplomski stručni studij Aktuarske matematike na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Zagrebu.

Od 2004. godine radi u Hrvatskoj narodnoj banci, u Sektoru bonitetne regulative i supervizije na poslovima izravnog nadzora banaka. Od 2013. godine radi i na poslovima bonitetne supervizije i licenciranja banaka. U razdoblju od 2006. do 2008. godine bila je član radne skupine zadužene za implementiranje europske regulative u Zakon o kreditnim institucijama i pripadajuće podzakonske akte.